Математическое Образование

Журнал Фонда математического образования и просвещения

Год четвертый

№ 1 (12)

Январь - март 2000 г.

Москва

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Периодическое издание в области математического образования

Учредитель: Фонд математического образования и просвещения

N 1 (12), 2000 г.

Москва

Математическое образование

Журнал Фонда математического образования и просвещения

N 1 (12), январь – март 2000 г.

Содержание

Фонд математического образования и просвещения, Москва, 2000 г.
"Математическое образование", периодическое издание.
Зарегистрировано в Роскомпечати РФ,
лицензия №015955 от 15.04.97.
Подписано к печати 26.07.2000. Корректура: О. В. Никишкина.
Компьютерная верстка, компьютерная графика: С. Кулешов.
Объем 5 п.л. Тираж 1000 экз. Цена свободная.

Графы рёбер многогранников

В. В. Прасолов

Основная цель этой статьи — доказательство теоремы Штейница, которая описывает те графы, которые могут образовывать рёбра выпуклого многогранника в трёхмерном пространстве. Сначала обсуждается одно вспомогательное утверждение — формула Эйлера для планарных графов, которая имеет самостоятельный интерес. Затем доказывается теорема Балинского, указывающая необходимое условие, которому должен удовлетворять граф любого выпуклого многогранника в n-мерном пространстве. Эта теорема достаточно интересна, поэтому приведено её доказательство для произвольного n, хотя в интересующем нас случае $n = 3$ она доказывается существенно проще.

1. Формула Эйлера для планарных графов

Для выпуклого многогранника (в трехмерном пространстве) справедлива следующая *формула Эйлера*: если v — число вершин многогранника, e — число рёбер и f — число граней, то

$$v - e + f = 2.$$

Граф, образованный рёбрами выпуклого многогранника в трехмерном пространстве, планарен: если из поверхности выпуклого многогранника выколоть одну точку, то получится топологическое пространство, гомеоморфное плоскости.

Для планарных графов формула Эйлера остается справедливой и в общей ситуации. Будем называть *гранями* связные области, на которые разбивает плоскость вложенный в нее планарный граф.

Теорема 1.1 (ФОРМУЛА ЭЙЛЕРА). *Пусть G — планарный граф, состоящий из s компонент связности, среди которых нет изолированных вершин. Пусть, далее, v — число вершин графа G, а e — число его рёбер. Тогда для любого вложения графа G в плоскость число граней f одно и то же, а именно,*

$$f = 1 + s - v + e.$$

Доказательство. Если граф не содержит циклов, то он не разбивает плоскость. Связные компоненты такого графа называют *деревьями*. Индукцией по числу рёбер дерева легко доказать, что у любого дерева число вершин ровно на 1 больше числа рёбер. В самом деле, удаление любого ребра разбивает дерево на два дерева с меньшим числом рёбер. Поэтому для графа, состоящего из одного или нескольких деревьев, формула Эйлера верна.

Если же граф содержит цикл, то можно рассмотреть область, ограниченную циклом и не содержащуюся в другой области, ограниченной циклом. Для такой области удаление одного граничного ребра уменьшает число граней на 1 и не изменяет число вершин. □

Следствие. *Связный планарный граф (без петель и двойных рёбер) содержит вершину, степень которой не превосходит 5.*

Доказательство. Любая грань содержит не менее 3 рёбер, поэтому $3f \leq 2e$. Подставляя это неравенство в соотношение $3f = 6 - 3v + 3e$, получаем $e \leq 3v - 6$. Предположим, что из любой вершины выходит не менее 6 рёбер. Тогда $6v \leq 2e$, а значит,

$$6v \leq 2e \leq 2(3v - 6) = 6v - 12,$$

чего не может быть. □

Из формулы Эйлера можно вывести разные другие формулы. Из них наиболее часто применяется следующая формула.

Теорема 1.2. *Пусть G — планарный граф без изолированных вершин, v_i — число его вершин, из которых выходит i рёбер, f_j — число граней, ограниченных j рёбрами (с учетом их кратностей). Тогда*

$$\sum_i (4-i)v_i + \sum_j (4-j)f_j = 4(1+s) \geq 8,$$

где s — число компонент связности графа G.

Доказательство. Ясно, что $\sum_i iv_i = 2e = \sum_j jf_j$ (каждое ребро имеет ровно два конца и принадлежит ровно двум граням). Кроме того, $\sum_i v_i = v$ и $\sum_j f_j = f$. Поэтому из формулы Эйлера следует, что

$$\begin{aligned}\sum_i (4-i)v_i + \sum_j (4-j)f_j &= 4v - 2e + 4f - 2e = \\ &= 4(v - e + f) = 4(1+s).\end{aligned}$$

где s — число компонент связности графа G. □

Следствие 1. *Если все грани 4-угольные, то*

$$3v_1 + 2v_2 + v_3 \geq 8.$$

Следствие 2. *Если любая грань ограничена циклом, содержащим не менее n рёбер, то*

$$e \leq \frac{n(v-2)}{n-2}.$$

Воспользовавшись следствием 2, легко доказать, что граф K_5, состоящий из пяти вершин, попарно соединённых рёбрами, не планарен (т.е. его нельзя расположить на плоскости). Действительно, любая грань графа K_5 должна содержать не менее 3 рёбер, поэтому $e \leq 3v - 6$, но $e = 10$ и $v = 5$.

Обсуждая формулу Эйлера, нельзя не упомянуть знаменитую теорему о раскраске карт в пять цветов, которая из неё легко выводится. (Точнее говоря, эта теорема выводится из того, что любой планарный граф имеет вершину, степень которой не превосходит 5.)

Теорема 1.3 (о пяти красках). *Вершины любого планарного графа (без петель и двойных рёбер) можно раскрасить в пять цветов так, что любые две вершины, соединенные ребром, будут разного цвета.*

Доказательство. Пусть G — планарный граф с n вершинами. Применим индукцию по n. При $n \leq 5$ утверждение очевидно. Предположим, что утверждение доказано для всех планарных графов, у которых число вершин не превосходит $n-1$. Если у графа G есть вершина V, степень которой строго меньше 5, то рассмотрим граф G', который получается из графа G после выбрасывания вершины V и выходящих из нее рёбер. Согласно предположению индукции вершины графа G' можно раскрасить в 5 цветов. Вершина V в графе G соединена рёбрами менее чем с 5 вершинами, поэтому ее можно окрасить в цвет, отличный от цветов соседних с ней вершин.

Предположим теперь, что у графа G нет вершин, степень которых строго меньше 5. Тогда у него есть вершина V, степень которой равна 5. Вершины графа G, соседние с вершиной V, не могут быть все попарно соединены рёбрами, потому что иначе граф G содержал бы непланарный граф K_5. Пусть V_1 и V_2 — вершины графа G, соединенные рёбрами с вершиной V и не соединенные ребром друг с другом. Рассмотрим сначала граф G', который получается из графа G после выбрасывания вершины V и выходящих из нее рёбер. Затем рассмотрим граф G'', который получается из графа G' после проведения дополнительного ребра, соединяющего вершины V_1 и V_2. Это дополнительное ребро можно составить из рёбер V_1V и VV_2, поэтому граф G'' планарен. Наконец, стянем в графе G'' дополнительное ребро в точку. В результате получим планарный граф G''', число вершин которого равно $n-2$. По предположению вершины этого графа можно раскрасить в 5 цветов. Эта раскраска индуцирует раскраску вершин графа G', при которой вершины V_1 и V_2 будут одного цвета. Это означает, что вершины графа G, соседние с вершиной V, имеют не более 4 различных цветов. Поэтому вершину V можно окрасить в цвет, отличный от цветов соседних с ней вершин. □

Замечание. *В действительности вершины любого планарного графа можно раскрасить в 4 цвета (теорема о четырех красках), но доказывается это чрезвычайно сложно. Первое опубликованное доказательство теоремы о четырех красках ([AH1]и [AHK]) занимало 150 страниц, но исчерпывающее изложение этого доказательства [AH2]занимало 740 страниц. Затем появились более простые доказательства. Например, доказательство, приведенное в [RSST], занимает чуть больше*

40 страниц, но и это доказательство весьма сложно. Оно тоже было получено с помощью компьютера.

2. Теорема Балинского и k-связные графы

Два пути, проходящих по рёбрам графа из вершины x в вершину y, называют *независимыми*, если у них нет других общих вершин, кроме x и y.

Граф называют *k-связным*[1], если он содержит по крайней мере $k+1$ вершину и любые две его различные вершины можно соединить по крайней мере k независимыми путями.

Теорема 2.1 (Менгер–Уитни). *Граф G, содержащий по крайней мере $k+1$ вершину, является k-связным тогда и только тогда, когда после выбрасывания любых его $k-1$ вершин (и выходящих из них рёбер) получается связный граф.*

Доказательство. ([NT]) Мы докажем более общее утверждение, а именно, если $p(G,x,y)$ — наибольшее число независимых путей из вершины x в вершину y, а $q(G,x,y)$ — наименьшее число точек, отличных от x и y и обладающих тем свойством, что любой путь из вершины x в вершину y проходит через одну из них, то $p(G,x,y) = q(G,x,y)$.

Неравенство $p(G,x,y) \geq q(G,x,y)$ достаточно очевидно. В самом деле, пусть $\gamma_1,\dots,\gamma_p$ — независимые пути из x в y; $x_1,\dots,x_q$ — точки (отличные от x и y), для которых любой путь из x в y проходит через одну из них. Из независимости путей $\gamma_1,\dots,\gamma_p$ следует, что каждый из них проходит не более чем через одну из точек $x_1,\dots,x_q$. С другой стороны, любой путь из x в y проходит через одну из точек $x_1,\dots,x_q$, поэтому $p \geq q$.

Предположим, что G — граф с минимальным числом рёбер, для которого не выполняется равенство $p(G,x,y) = q(G,x,y)$, т.е. выполняется неравенство $p = p(G,x,y) < q(G,x,y) = q$. У графа G есть рёбра, отличные от ребра xy. Пусть λ — одно из таких рёбер, $G{-}\lambda$ — граф, полученный из графа G выбрасыванием ребра λ, и $\hat{G} = G/\lambda$ — граф, полученный из графа G стягиванием ребра λ в одну точку. Число рёбер графов $G{-}\lambda$ и $\hat{G}$ строго меньше числа рёбер графа G, поэтому согласно предположению $p(G{-}\lambda,x,y) = q(G{-}\lambda,x,y)$ и $p(\hat{G},x,y) = q(\hat{G},x,y)$, а значит,

$$q(G{-}\lambda,x,y) = p(G{-}\lambda,x,y) \leq p(G,x,y) = p < q;$$

аналогично $q(\hat{G},x,y) < q$. Таким образом, в графах $G{-}\lambda$ и $\hat{G}$ есть множества вершин I и $\hat{J}$, разделяющие x и y и состоящие менее чем из q элементов. Множеству $\hat{J}$ соответствует множество J вершин графа G, разделяющее x и y. При этом $|J| \leq |\hat{J}|+1$ и $|J| \geq q$. Следовательно, $|J| = |\hat{J}|+1$. Это означает, что оба конца ребра λ принадлежат множеству J.

Пусть H_x — множество вершин $z \in I \bigcup J$, для которых в G есть путь из x в z, не проходящий через остальные вершины из множества $I \bigcup J$; H_y определяется аналогично. Любой путь из x в y в графе G проходит через одну из вершин множества J, поэтому, в частности, он проходит через одну из вершин множества $I \bigcup J$.

[1] В гомотопической топологии этот термин имеет совсем другой смысл.

Первая из таких вершин лежит в H_x, а последняя лежит в H_y. Поэтому множества H_x и H_y разделяют вершины x и y в графе G, а значит, $|H_x| \geq q$ и $|H_y| \geq q$.

Пусть $z \in H_x \bigcap H_y$. Тогда в G есть пути из x в z и из z в y, не проходящие через вершины множества $I \bigcup J$, отличные от z. Из этих двух путей можно составить один путь γ из x в y. Путь γ проходит ровно через одну вершину множества $I \bigcup J$, а именно, вершину z. Поэтому, в частности, путь γ не проходит через ребро λ, поскольку оба конца ребра λ лежат в J. Следовательно, путь γ принадлежит графу $G - \lambda$, а значит, путь γ проходит через одну из вершин множества I. Но такой вершиной может быть только вершина z. Кроме того, путь γ проходит через одну из вершин множества J; такой вершиной тоже может быть только вершина z. Таким образом, $z \in I \bigcap J$, т.е. $H_x \bigcap H_y \subset I \bigcap J$. Поэтому

$$|H_x| + |H_y| = |H_x \bigcap H_y| + |H_x \bigcup H_y| \leq |I \bigcap J| + |I \bigcup J| = |I| + |J|,$$

но этого не может быть, поскольку $|H_x| \geq q$, $|H_y| \geq q$, $|I| < q$ и $|J| = q$. □

Следствие. *Пусть G_1 и G_2 — k-связные подграфы одного и того же графа. Тогда если $|G_1 \bigcap G_2| \geq k$, то граф $G_1 \bigcup G_2$ k-связен.*

Доказательство. Согласно теореме Менгера–Уитни после выбрасывания произвольных $k-1$ вершин графа $G_1 \bigcup G_2$ графы G_1 и G_2 остаются связными. У графов G_1 и G_2 есть общая вершина, отличная от выброшенных вершин, поэтому граф $G_1 \bigcup G_2$ тоже остается связным. □

Важным примером n-связных графов являются графы, образованные рёбрами выпуклых многогранников в n-мерном пространстве. Будем называть граф *n-реализуемым*, если его можно реализовать как набор рёбер (невырожденного) выпуклого многогранника в $\mathbb{R}^n$.

Теорема 2.2 (Балинский [B]) *Любой n-реализуемый граф является n-связным.*

Доказательство. Пусть M^n — многогранник в $\mathbb{R}^n$, рёбра которого образуют рассматриваемый граф. Требуется доказать, что если выбросить произвольные вершины $A_1, \ldots, A_{n-1}$ и выходящие из них рёбра, то в результате получится связный граф. Пусть V — аффинное пространство, порожденное точками $A_1, \ldots, A_{n-1}$. Возможны два случая.

Случай 1. V не содержит внутренних точек многогранника M^n.

В этом случае $V \bigcap M^n = F_1^k$ — грань многогранника M^n. Пусть H_1 — опорная гиперплоскость многогранника M^n, содержащая грань F_1^k, H_2 — вторая опорная гиперплоскость, параллельная H_1, и $F_2^l = M^n \bigcap H_2$. Если A — вершина многогранника M^m, отличная от $A_1, \ldots, A_{n-1}$, то из A можно опуститься по рёбрам многогранника на гиперплоскость H_1, не поднимаясь при этом на гиперплоскость H_2, и, в частности, не проходя через вершины $A_1, \ldots, A_{n-1}$ и выходящие из них рёбра. Из другой вершины B мы точно так же попадаем в некоторую вершину многогранника $F_2^l = M^n \bigcap H_2$. Остается заметить, что вершины многогранника F_2^l образуют связный граф.

Случай 2. V содержит внутренние точки многогранника M^n.

Размерность пространства V не превосходит $n-2$. Поэтому существует гиперплоскость H, содержащая пространство V и ещё хотя бы одну вершину A_n многогранника M_n, не лежащую в V. Пусть H_1 и H_2 — опорные гиперплоскости многогранника M^n, параллельные H. Такие же рассуждения, как и в случае 1, показывают, что из любой вершины A, отличной от $A_1, \ldots, A_{n-1}$, можно попасть в вершину A_n, не проходя при этом через вершины $A_1, \ldots, A_{n-1}$ и выходящие из них рёбра. Для этого нужно спуститься или подняться на гиперплоскость H_1 или гиперплоскость H_2. Ясно также, что если из любой вершины можно пройти в вершину A_n, то из любой вершины можно пройти в любую другую вершину, пройдя через вершину A_n. □

3. Теорема Штейница

Ребра выпуклого многогранника (в трехмерном пространстве) образуют 3-связный граф (теорема 2.2). Этот граф, очевидно, планарен: поверхность выпуклого многогранника с одной выколотой точкой гомеоморфна плоскости. Оказывается, что 3-связность и планарность графа являются не только необходимыми, но и достаточными условиями того, что граф реализуется как набор рёбер выпуклого многогранника.

Теорема 3.1 (Штейниц [S]). *Граф*[1] *можно реализовать как набор рёбер выпуклого многогранника в трехмерном пространстве тогда и только тогда, когда этот граф 3-связен и планарен.*

Доказательство. ([BG]) Напомним, что граф 3-связен тогда и только тогда, когда он содержит по крайней мере 4 вершины и после выбрасывания любых двух его вершин и выходящих из них рёбер получается связный граф (теорема 2.1). В 3-связном графе не может быть вершин, из которых выходит менее трех рёбер, поэтому 3-связный граф с n вершинами содержит по крайней мере $n \cdot 3/2$ рёбер. Следовательно, минимальное число рёбер имеет 3-связный граф K_4, образованный рёбрами тетраэдра.

Доказательство теоремы Штейница проведем индукцией по числу рёбер 3-связного планарного графа. База индукции: граф K_4, имеющий 6 рёбер. Шаг индукции делается в два этапа:

1) Сначала мы сопоставляем 3-связному планарному графу G, имеющему более 6 рёбер, 3-связный планарный граф G' с меньшим числом рёбер.

2) Затем по данному выпуклому многограннику P', рёбра которого образуют граф G', мы строим выпуклый многогранник P, рёбра которого образуют граф G.

Пусть G — граф с ребром e. Определим операцию *уничтожения* ребра e следующим образом. Сначала удалим из графа G ребро e, а затем, если в результате такой операции возникнут вершины степени 2, удалим их, т.е. заменим одним ребром два ребра с общей вершиной, из которой не выходит никаких других рёбер (рис. 1).

[1] Здесь предполагается, что у графа нет ни петель, ни двойных рёбер, т.е. концы любого ребра не совпадают друг с другом и любые две вершины соединены не более чем одним ребром.

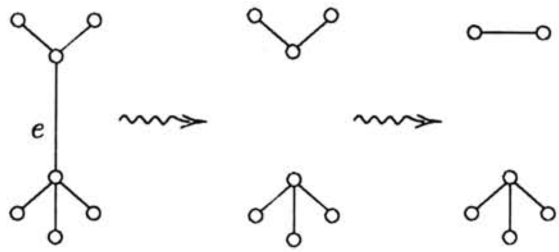

Рис. 1. Уничтожение ребра e

Мы рассматриваем только графы без петель и двойных рёбер, поэтому уничтожать можно не любое ребро: после уничтожения ребра могут появиться петли или двойные рёбра.

Шаг 1. *Любой 3-связный планарный граф G, число рёбер которого больше 6, имеет ребро e, уничтожив которое, получим 3-связный планарный граф G'.*

Замечание. *Доказательство теоремы Штейница, приведённое в книге [Л], не полно. Там отсутствует доказательство шага 1 (или какого-нибудь утверждения, ему эквивалентного).*

Планарность графа, который получается после уничтожения ребра, очевидна. Для 3-связных графов мы докажем одно общее утверждение, из которого вытекает утверждение шага 1.

Пусть $\Pi = \{\pi_1, \dots, \pi_n\}$ — набор несамопересекающихся путей в графе G. Сопоставим графу G и набору путей Π граф G_Π, у которого могут быть петли и двойные рёбра. Вершинами графа G_Π будут те вершины графа G, которые являются концами путей $\pi_i \in \Pi$, и те вершины графа G, через которые проходят по крайней мере два пути π_i. Ребрами графа G_Π будут дуги путей π_i, высекаемые на этих путях вершинами G_Π.

Лемма. *Пусть G — 3-связный граф. Тогда существует такой набор путей $\{\pi_0, \dots, \pi_n\}$, что для $\Pi(k) = \{\pi_1, \dots, \pi_k\}$, где $1 \le k \le n$, выполняются следующие свойства:*

(1) $G_{\Pi(k)}$ является 3-связным графом;

(2) $G_{\Pi(1)} = K_4$;

(3) $G_{\Pi(n)} = G$;

(4) при $k = 1, \dots, n-1$ путь π_{k+1} не пересекает граф $G_{\Pi(k)}$ в точках, отличных от концов пути π_{k+1}.

Доказательство. Набор путей $\{\pi_i\}$ для графа G будем строить по индукции. Прежде всего докажем, что любой 3-связный граф G содержит подграф, гомеоморфный K_4. Пусть x и y — две различные вершины графа G. По условию существуют независимые пути σ_1, σ_2 и σ_3 из x в y. Из этих трех путей только один путь может быть ребром. Пусть для определенности пути σ_2 и σ_3 проходят через вершины z_2 и z_3, отличные от x и y. После выбрасывания точек x и y остается связный граф, поэтому точки z_2 и z_3 можно соединить путем σ, не проходящим через x и y. Путь σ может частично проходить по σ_2 и σ_3, но у него есть участок, не проходящий по $\sigma_2 \bigcup \sigma_3$ и соединяющий вершины $v \in \sigma_2$ и $w \in \sigma_3$. Вершины x, y, v, w и высекаемые ими на путях σ_1, σ_2, σ_3 дуги образуют подграф, гомеоморфный K_4.

Среди всех подграфов графа G, гомеоморфных K_4, выберем подграф T, который содержит наибольшее число вершин графа G. Пусть x, y, v, w — его вершины. В качестве π_0 выберем пути xy, yv и vw, соответствующие рёбрам графа T, а в качестве π_1 выберем остальные рёбра графа T. Тогда $G_{\Pi(1)} = K_4$.

Предположим, что пути $\pi_0, \ldots, \pi_k$ уже построены и $G_{\Pi(k)} \neq G$. Тогда выполняется одно из двух условий:

(а) существует вершина z графа G, которая лежит на ребре графа $G_{\Pi(k)}$, но не является вершиной графа $G_{\Pi(k)}$;

(б) условие (а) не выполняется, но существует вершина z графа $G_{\Pi(k)}$, из которой выходит ребро графа G, не являющееся ребром графа $G_{\Pi(k)}$.

Действительно, из связности графа G следует, что если некоторая вершина графа G не принадлежит графу $G_{\Pi(k)}$, то существует ребро графа G, один конец которого принадлежит графу $G_{\Pi(k)}$, а другой не принадлежит.

В случае (а) рассмотрим ребро e графа $G_{\Pi(k)}$, содержащее вершину z. Пусть z_1 и z_2 — концы ребра e, а z' — вершина графа $G_{\Pi(k)}$, отличная от z_1 и z_2. Из 3-связности графа G следует, что в нем существует путь из z в z', не проходящий через z_1 и z_2. Поэтому в графе G существует путь из некоторой внутренней точки ребра e в некоторую точку (не обязательно вершину) графа $G_{\Pi(k)}$, не имеющий с графом $G_{\Pi(k)}$ общих точек, отличных от концов пути. В качестве π_{k+1} выберем такой путь, содержащий наибольшее число вершин графа G.

В случае (б) любое ребро графа $G_{\Pi(k)}$ является также и ребром графа G. В графе G существует путь σ, идущий из точки z в некоторую вершину графа $G_{\Pi(k)}$ и не имеющий других общих точек с графом $G_{\Pi(k)}$. Путь σ можно выбрать так, что он не является петлей, т.е. другой его конец отличен от z. Действительно, если все пути σ являются петлями, то после выбрасывания из графа G вершины z получается несвязный граф. Ясно также, что конец пути σ не может быть вершиной, соседней (в графе G) с вершиной z, поскольку пути $\pi_0, \ldots, \pi_k$ выбирались так, чтобы они содержали наибольшее число вершин графа G (ребро можно заменить на путь σ, увеличив тем самым число вершин графа G, через которые проходит путь π_i). В качестве пути π_{k+1} выберем путь σ, проходящий через наибольшее число вершин графа $G_{\Pi(k)}$.

В случае (б) в графе проводится дополнительное ребро; это не может нарушить 3-связность графа.

В случае (а) либо на одном ребре выбирается дополнительная вершина u и из нее проводится ребро в уже имеющуюся вершину, либо на двух рёбрах выбираются дополнительные вершины u и v и проводится ребро uv. Ясно, что после выбрасывания любых двух вершин нового графа, отличных от u и v, граф остается связным. Выбрасывание вершины u эквивалентно выбрасыванию ребра в старом графе, на котором лежит вершина u. После выбрасывания одного ребра 3-связный граф превращается по крайней мере в 2-связный граф. Поэтому новый граф 3-связен.

Остальные требования, которым должен удовлетворять путь π_{k+1}, выполняются очевидным образом. $\square$

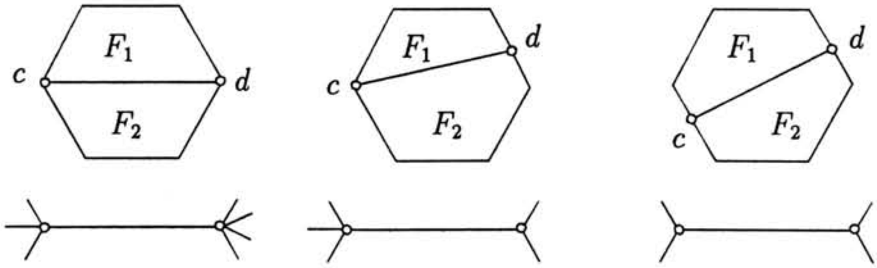

Рис. 2. Три варианта уничтожения ребра

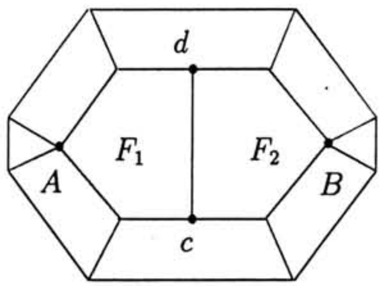

Рис. 3. Грани F_1 и F_2 шевелить нельзя

С помощью леммы шаг 1 доказывается совсем просто. Пусть $\{\pi_0, \ldots, \pi_n\}$ — набор путей для 3-связного графа G, содержащего более 6 рёбер. Этот граф отличен от K_4, поэтому $n > 1$. Из 3-связности графа G следует, что путь π_n состоит из одного ребра графа G. После уничтожения этого ребра получаем 3-связный граф $G_{\Pi(n-1)}$, что и требовалось. □

Теперь нужно сделать второй шаг — научиться строить по выпуклому многограннику P', соответствующему графу G', выпуклый многогранник P, соответствующий графу G. В планарном графе G уничтожаемое ребро может быть одного из трех видов, изображенных на рис. 2. Этим трем видам уничтожаемых рёбер графов соответствуют три вида добавляемых рёбер многогранников; они изображены на том же рисунке.

Требуемое преобразование многогранников можно попытаться построить, слегка пошевелив грани F_1 и F_2, чтобы они оказались в разных плоскостях (в исходном многограннике P' они лежат в одной плоскости, а в многограннике P они должны лежать в разных плоскостях). Но при этом возникает одна трудность: если плоскость грани проходит через n-гранный угол, где $n \geq 4$, то шевелить ее нельзя, потому что иначе нарушится структура графа рёбер многогранника. Например, для многогранника, изображенного на рис. 3, нельзя шевелить ни грань F_1, ни грань F_2, потому что иначе нарушится структура рёбер, выходящих из вершин A и B. Таким образом, чтобы добиться требуемого, придется пошевелить еще и вершины A и B. В свою очередь, малое шевеление вершины может нарушить структуру графа рёбер, если эта вершина принадлежит грани, у которой более трех сторон.

Чтобы избавиться от этой трудности, можно попытаться упорядочить вершины и грани так, чтобы последовательность вершин и граней начиналась четверкой

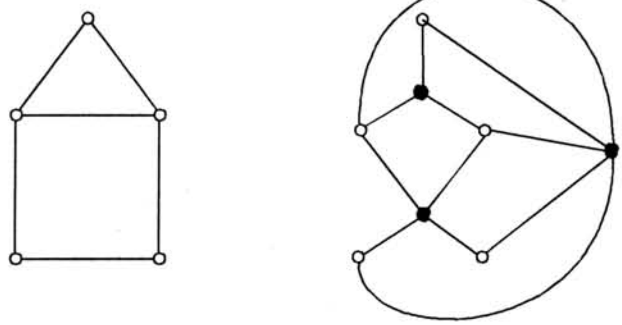

Рис. 4. Граф $\tilde{G}$

F_1, F_2, c, d и никакой член последовательности не был бы инцидентен[1] более чем трем предшествующим членам. В самом деле, если вершины и грани удастся так упорядочить, то можно пошевелить грани F_1 и F_2, а затем каждый следующий член последовательности сдвигать так, чтобы он оказывался инцидентным всем тем предшествующим членам последовательности, которым он должен быть инцидентен. Если вершина инцидентна трем предшествующим граням, то ее положение определено однозначно. Если же вершина инцидентна $p < 3$ предшествующим граням, то при выборе положения вершины имеется $3 - p$ степеней свободы.

Шаг 2. *Множество всех вершин и граней 3-связного планарного графа G можно упорядочить так, что любой член последовательности вершин и граней инцидентен не более чем трем предшествующим членам. Более того, в качестве четырех первых членов можно взять две грани, примыкающие к данному ребру, и два конца этого ребра.*

Начнем с того, что сопоставим планарному графу G планарный граф $\tilde{G}$, вершинами которого служат вершины графа G и дополнительные вершины, соответствующие граням графа G. Две вершины графа $\tilde{G}$ соединены ребром, если они инцидентны друг другу (рис. 4).

Требуется упорядочить вершины графа $\tilde{G}$ так, чтобы в последовательности вершин каждая вершина была бы соединена рёбрами не более чем с тремя предыдущими. При этом в качестве четырех первых вершин нужно взять заданные вершины k_1, k_2, k_3 и k_4, порождающие цикл в графе $\tilde{G}$.

В графе $\tilde{G}$ все грани 4-угольные, поэтому можно воспользоваться следствием 1 теоремы 1.2 (см. с. 3). В результате получим, что граф $\tilde{G}$ имеет по крайней мере 8 вершин степени 3 (вершин степени 1 и 2 у него, очевидно, нет). В частности, граф $\tilde{G}$ имеет вершину степени 3, отличную от вершин k_1, k_2, k_3 и k_4. Эту вершину мы выберем в качестве последнего члена последовательности и обозначим ее k_n (здесь n — число вершин графа $\tilde{G}$). Пусть $K(n)$ — граф, полученный из графа $\tilde{G}$ выбрасыванием вершины k_n и выходящих из нее рёбер.

Предположим, что вершины $k_n, k_{n-1}, \ldots, k_m$ уже выбраны и, кроме того, построены графы $K(n)$, $K(n-1), \ldots, K_m$. Если $m > 5$, то нужно выбрать вершину

[1]Инцидентными могут быть только вершина и грань (или грань и вершина); вершина инцидентна грани, если вершина принадлежит грани.

k_{m-1} и построить граф $K(m-1)$. По условию вершины k_1, k_2, k_3 и k_4 заданы так, что порождаемый ими граф является циклом. В частности, степень каждой из этих вершин не меньше 2. Если граф $K(m)$ содержит изолированную вершину или вершину степени 1, то такую вершину можно выбрать в качестве вершины k_{m-1}. Если же степень любой вершины графа $K(m)$ не меньше 2, то возможны два случая.

Случай 1. *В графе $K(m)$ подграф, порожденный вершинами k_1, k_2, k_3 и k_4, изолирован.*

Выбросим из графа $K(m)$ вершины k_1, k_2, k_3 и k_4. К полученному графу снова можно применить следствие 1 теоремы 1.2 и найти в этом графе по крайней мере одну вершину степени не более 3. Эту вершину выберем в качестве k_{m-1}.

Случай 2. *В графе $K(m)$ по крайней мере одна из вершин k_1, k_2, k_3 и k_4 соединена ребром с вершиной k_i, $i \geq 5$.*

В этом случае одна из вершин k_1, k_2, k_3 и k_4 имеет степень не менее 3, поэтому в величину $2v_2 + v_3$ эти вершины дают вклад не более 7. Это означает, в частности, что граф $K(m)$ имеет вершину степени не более 3, отличную от вершин k_1, k_2, k_3 и k_4. Эту вершину мы и выберем в качестве k_{m-1}.

Во всех случаях граф $K(m-1)$ получается из графа $K(m)$ выбрасыванием вершины k_{m-1}. □

Литература.

[Л] Люстерник Л. А., Выпуклые фигуры и многогранники, М.: ГИТТЛ, 1956.

[AH1] Appel K., Haken W., Every planar map is four colorable, part I: Discharging, Illinois J. Math. **21** (1977), 429–490.

[AH2] Appel K., Haken W., Every planar map is four colorable, Contemp. Math. **98** AMS, 1989.

[AHK] Appel K., Haken W., Koch J., Every planar map is four colorable, part II: Reducibility, Illinois J. Math. **21** (1977), 491–567.

[B] Balinski M. L., On the graph structure of convex polyhedra in n-space, Pacific J. Math. **11** (1961), 431–434.

[BG] Barnette D. W., Grünbaum B., On Steinitz's theorem concerning convex 3-polytopes and on some properties of planar graphs, in Lecture Notes in Math. **110** (1969), 27–40.

[NT] Nash–Williams C. St. J. A., Tutte W. T., More proofs of Menger's theorem, J. Graph Theory **1** (1977), 13–17.

[RSST] Robertson N., Sanders D. P., Seymore P. D., Thomas R., The four–colour theorem, J. Comb. Theory, Ser. B, **70** (1997), 2–44.

[S] Steinitz E., Polyeder und Raumeinteilungen, in Enzykl. Math. Wiss., **3** (Geometrie) Part 3 AB 12 (1922), 1–139.

Методологическая постройка программ учебной математики

С. Н. Поляков

Мы продолжаем публикацию материалов, отражающих историю математического образования в России и, позднее, в Советском Союзе. Предлагаемая вниманию читателей статья была напечатана в журнале "Математическое образование", №1, 1928 г. По мнению редакции, она представляет особенный интерес в связи с современным методологическим подходом к определению содержания общего образования. Об этом подходе мы надеемся рассказать в следующих выпусках журнала.

I

Программы учебной математики обычно строятся или по принципу формально-логической ценности математики, или по принципу применимости математики к прикладным дисциплинам. В начальные периоды развития математических знаний принцип применимости определяет содержание и объем математики, так как в эти периоды конкретные образы, знания и практические приложения находятся в центре внимания и заслоняют обобщающие вопросы. На заре развития математики на берегах Нила принцип применимости служил исключительным стимулом работы математической мысли. Сохранившиеся памятники древних египтян свидетельствуют, что их внимание было сосредоточено на вычислениях с дробями, необходимых для житейского и торгового обихода, и на геометрических измерениях, необходимых в землемерии и технике сооружений. Вопросы обобщения и научный скепсис отсутствовали, — математические факты, формулы и правила устанавливались и поверялись путем опыта; формулы были неточными (площадь круга $= \left(\frac{8}{9}D\right)^2$), а иногда и необобщаемыми (площадь равнобедренного треугольника с малым основанием и большой высотой); все это свидетельствует об отсутствии научного скепсиса и при установлении научных фактов, и при поверке их абсолютной достоверности. При организации школьного образования в России Петром Великим принцип применимости обусловил программу математики; первая часть «цифирь» — арифметика, а затем «геометрия столько, сколько до инженерства надлежит»(указ 1712 г.); руководство для этих школ Магницкого давало правила арифметических действий, большое количество задач на тройные правила и краткие сведения из алгебры, практической геометрии, тригонометрии, геодезии, астрономии и навигации; практическая применимость на первом плане, вопросы *почему?* и *отчего?* отсутствуют. И здесь нет научного скепсиса при установлении и обобщении научных фактов и при утверждении достоверности выводов. А неуглубленное скепсисом практическое знание не дает достаточно широких применений к сложным явлениям и, по необходимости, должно раскалываться на ряд частных правил; этим надо объяснить, например, большое количество различных типов задач на тройные правила, стремившееся охватить разнообразие действительности, — обобщающая идея есть результат научного скепсиса, как и установление абсолютной достоверности ее.

Математическое искусство древних египтян перенесено было в Грецию около VII—VI вв. до нашей эры; здесь древнеэллинский гений проявил всю силу научного скепсиса. Родоначальник греческой математики Фалес, по свидетельству древних, искал доказательств первых теорем геометрии, т.е. искал утверждения их абсолютной достоверности. Пифагор и его школа отказались от изучения дробных вычислений как занятия торгашей, а все усилия направили к изучению свойств целых чисел и их абсолютной ценности в мироздании. Школа Платона ищет обобщающих методов доказательства и устанавливает фундамент математической теории, цепи фактов и правил, обобщенных и достоверных. Евклид дает гениальную логически стройную систему геометрических образов и понятий с твердыми обоснованиями абсолютной достоверности метрических соотношений прямолинейной и плоскогранной геометрии. Архимед направил исследование на установление абсолютно достоверных соотношений в области криволинейных образов и протяжений и несоизмеримых соотношений. Все творчество древнегреческих математиков было проникнуто научным скепсисом от установления математических фактов и истин через логическую цепь их до признания абсолютной достоверности выводов. «Древнеэллинская культура, быть может, — говорит В. П. Шереметевский, — ни в одной отрасли знания не оставила нам такого богатого и прочного наследия, как в области наук математических». Научный скепсис создал этому наследию прочное господство на многие столетия; та уверенность в самоочевидную неизбежность установленных истин, с которой Архимед применял математические вычисления к технике, — эта вера в результаты глубокого научного скепсиса и обеспечила навсегда и бесспорность выводов математики. Впоследствии изменялись системы изложения и способы доказательств, дополнялись содержание и объем научного здания, увеличивалась обобщающая сила научного скепсиса, но в основе всего математического творчества лежало наследие древних греков. А связанное с логически-формальным принципом, это наследие создало и учебной математике исключительную репутацию дисциплины, развивающей и изощряющей формальные способности мышления, «точильного камня способностей», «логики в действии».

После возрождения наук, под влиянием перевода древнегреческих математиков, принцип применимости в школах Западной Европы и России был вытеснен формально-логическим принципом; в нашей средней школе полстолетия доминировала целевая установка учебной математики «для развития способности к правильному логическому мышлению, путем математических доказательств и построения математической теории». Здесь теория заслоняет практику; образуется логическая цепь понятий, теорем, правил, не всегда обладающих ценностью в смысле применения к практике и в смысле расширения математического кругозора; новые достижения математики–науки остаются вне традиционной систематизации и тем самым удаляют учебную математику от науки и жизни. Идеи и методы анализа бесконечно-малых и аналитической геометрии, установленные в XVII ст. и обусловившие все дальнейшее развитие чистой и прикладной математики, находились в противоречии с взглядами древних греков на число и величину; между тем усложнявшиеся условия культуры и техники были тесно связаны с новыми достижениями математики–науки; таким образом традиционная учебная математика, с ее формальным принципом, являлась в лучшем случае далекой предпосылкой научного мышления и технического прогресса, причем общая концепция ее с изучением постоянных величин и соотношений являлась полным противоречием новому математическому мышлению, проникнутому насквозь динамизмом и функциональной изменяемостью, — противоречие «аполлоновской души» и «фаустовского миросозерцания».

II

Отсталость учебной математики от науки и жизни и ее логически-формальное направление, не учитывающее специфические особенности современного математического мышления, на границе XIX и XX веков вызвали к жизни возрождение принципа применимости в движении Перри. «Надо начинать изучение наук с сообщения самых нужных умений, на науках основанных; прежде всего необходимо умение делать расчеты; соответственно с этим занятия надо вести лабораторным путем». Здесь опять установление готовых формул и правил без надлежащего научного скепсиса. В соответствии с условиями современности центр тяжести перемещается из области элементарной математики в область высшего анализа, — практика современной жизни и техники выдвигает вопрос о точности вычислений при конкретизации формул, вопросы об интерполировании и экстраполировании в условиях непрерывного процесса и вопросы об исследовании функциональных соотношений; применимая алгебра и практическая геометрия обращаются в необходимые базы новых математических методов. Предполагаемый интерес учащихся к вопросам окружающей жизни устраняет вопрос об аперцепционных средствах их. Противоположность принципа применимости в этой стадии с формальным принципом обостряется, но вместе с тем возрастает неизбежность научного скепсиса в установлении понятий и методов высшего анализа; лабораторность, конечно, не устраняет этой неизбежности; графический метод выясняет многие понятия, но не обосновывает их и не дает необходимые формулы упрощенных и обобщенных методов исследования.

Почти одновременно с движением Перри возникло реформистское движение. Статьи В .П. Шереметевского[1] и книга Тенищева в средине 1890 гг. с очевидностью показали отсталость традиционных учебных программ по математике и

[1]См. статью “Математика как наука и ее школьные суррогаты”, перепечатанную в нашем журнале, №4(11), 1999 г. — *прим. ред.*

неизбежность их обновления идеями высшего анализа. В Германии крупный математик, проф. Ф. Клейн, с самого начала XX века повел борьбу против недочетов традиционных программ и широко поставил вопрос об их реформе; во Франции в 1902 г. изменяются программы в духе их реформы для сближения с современной наукой и жизнью; в 1908 г. реформистское движение становится международным. Реформисты для развития пространственного мышления требуют изменения программ геометрии в форме отступлений в ее систематизации от Евклида — до систематического курса необходим курс пропедевтический в связи с курсом счисления (арифметики). Затем для упрощения методов научного скепсиса и математического исследования необходим фузионизм — слияние различных отделов математики (арифметики, алгебры, планиметрии, стереометрии, тригонометрии и высшего анализа) в общем комплексе математики как орудия исследования. Наконец, для развития математики в духе современного математического знания необходимо развитие функционального мышления, мышления образами и понятиями функциональной связи между величинами и их функциональной изменяемости, мышления, тесно связанного с идеями бесконечного процесса и бесконечно-малых изменений, «функциональное мышление, — говорит в 1913 г. проф. Власов, — становится необходимым орудием познания мира, как только жизнь и потребности жизни, поскольку дело идет о вычислении, становятся сложнее, запутаннее, требующими для своего выяснения не простой только пропорциональности».[2] Таким образом, реформа учебной математики, оставаясь на формальной точке зрения, цель логического построения теории заменяет развитием специфического математического мышления как орудия научного исследования. Эта новая точка зрения на формальную ценность математики не исключает и принцип применимости, вернее — охватывает и его, но установление понятий, формул и правил обусловливается необходимостью научного скепсиса, — не интересы применения выводов, а интересы установления их как звеньев математического мышления, как наиболее совершенных орудий научного исследования, как наиболее точных регуляторов количественного анализа и сравнения.

Фузионизм, пространственное мышление и функциональное мышление у реформистов, как и вовлечение в обиход математического исследования методов анализа бесконечно-малых и лабораторность у Перри, выдвигают на первый план не построение теории и не применимость выводов, а самый процесс математического мышления и творчества, навыки и умения в этом процессе и их научную ценность, специфические приемы и методы математической работы. Принципы формальный и применимости сливаются в методологический принцип, в принцип методологической ценности приобретаемых знаний, навыков и умений, в принцип методологической постройки программ, методологической оценки содержания и объема их, методологической систематизации учебного материала. Программы математики 1924 г. для рабфаков говорят: «преподавание математики имеет целью не столько сообщить определенное число фактов, сколько научить методу математического мышления и умению исследовать явления жизни с помощью математического аппарата».

[2]Цитата из доклада, упомянутого на стр. 20 — *прим. ред.*

«Не сообщение законченного, ограниченного запаса знаний, — говорит Кюйперс, — ставит себе задачей школа в Америке, — она имеет в виду создавать стимулы и указывать пути для самостоятельного приобретения знаний». Еще определеннее высказывается за методологический принцип английский педагог Армстронг: «задача школьного обучения не в том, чтобы преподать ту или иную отрасль знания, а в том, чтобы научить научному методу и развить соответствующие способности».

Нет надобности останавливаться на выяснении методологического принципа[3], так как из истории его происхождения и из приведенных уже авторитетных указаний Армстронга, американских школ и программы рабфаков видна его целесообразность в современных условиях жизни и техники. Замечу только, что те требования, которые выдвигает лозунг математического мышления, легко могут быть осуществлены последовательным усвоением методов математического исследования. Сближению учебной математики с современными наукой, техникой и жизнью вполне отвечает усвоение и применение тех же методов. Лабораторно-исследовательское направление в дидактике обусловливается прежде всего развитием тех же методов. Научный скепсис как наиболее ценный спутник формально-логического принципа необходим при обосновании, становлении и применении тех же методов. Принцип применимости неизбежно дополняет усвоение тех же методов. По своей сущности методы математического исследования могут легко регулировать и частные вопросы дидактики, каковы, например, вопрос о более целесообразном комплексировании, вопрос о последовательном развитии понятия функциональной зависимости, вопрос о развитии математических навыков и умений. Необходимо только детализировать вопрос о методологической постройке программ и согласовать эту постройку со всеми перечисленными выше требованиями и условиями. Я позволю себе разобраться в этих вопросах не столько для решения их, сколько для возбуждения их.

III

Как мы видим, центр тяжести учебных программ математики по формально-логическому принципу находится в построении математической теории; по принципу применимости этот центр в приложениях и математические факты не обосновываются, а берутся готовыми. Если стать на точку зрения усвоения методов исследования, то прежде всего необходимо установить, какую позицию займут обоснования методов, и будет ли повторять эта позиция слабые стороны других принципов построения программ.

Сущность математического метода в целом и его отношения к общим приемам мышления — к эмпиризму, дедуктивности и конкретизации — выясняются следующими авторитетными положениями. Гениальный мыслитель-математик Н. И. Лобачевский в своих «Новых началах геометрии» говорит: «Первыми данными, без сомнения, будут всегда те понятия, которые мы приобретаем в природе посредством наших чувств. Ум может и должен приводить их к самому меньшему чи-

[3] В 1916 г. на Всероссийском съезде деятелей средней школы я более подробно выяснил значение и необходимость методологического направления.

слу, чтоб они служили потом твердым основанием науке... В природе мы познаем собственно только движение, без которого чувственные впечатления невозможны. Все прочие понятия, например, геометрические, произведены нашим умом искусственно, будут взяты в свойствах движения, а потому пространство само собой, отдельно (независимо от движения и измерения) для нас не существует». Другой великий мыслитель-математик Пуанкаре в своем анализе математического мышления («Наука и гипотеза») утверждает: «Геометрические аксиомы не представляют собою ни математических суждений *a priori*, ни фактов опыта. Они суть условия; выбор, который мы делаем между всеми возможными условиями, совершается под руководством фактов опыта, но он остается все же свободным и ограничен лишь необходимостью избегать всякого противоречия. Таким образом постулаты могут оставаться строго верными, хотя бы опытные законы, определившие собою усвоение нами этих постулатов, и были только приблизительными». Итак, основное свойство математического метода, в условиях его обоснования, есть зависимость его условного языка от опыта постольку, поскольку этот последний не нарушает строгости суждения внесением противоречий, но, как говорит далее Пуанкаре, «было бы большой ошибкой заключить отсюда, что геометрия является, хотя бы отчасти, наукой экспериментальной; основанная на опыте, геометрия носила бы приближенный и притом временный характер». Конечно, еще далее от опыта счисление и анализ. Путем опыта мы получаем понятия и их условные, словесные и символические выражения, создаем условный язык математических методов, обусловливаем строгое и верное отображение языком и символами полученных понятий. Вот границы эмпиризма в обосновании математических методов.

Другим существенным вопросом является вопрос о соотношении дедукции и индукции в математическом методе. «Если сопоставить, — говорит Вундт о математических методах, — все сведения, сохранившиеся от самой ранней эпохи математического мышления, то из них можно заключить с величайшей вероятностью, что математика была первоначально индуктивной наукой». Как ни важно это для развития познания вообще, но для научного характера математики гораздо важнее тот факт, что в ней существуют известные постоянные формы индукции и что самые основные положения математики основываются на них. Сюда относятся, вопервых, все аксиоматические положения; они не только возникли путем индукции, но для них и в дальнейшем не может быть дано никакого иного основания. Индуктивного происхождения, далее, те положения, которые можно рассматривать, как непосредственные специализирования аксиом (например, числовые формулы $7 + 5 = 12$ и др., а также простейшие положения геометрии); их можно свести к аксиомам, но их нельзя доказать настоящим образом, исходя из аксиом, ибо в них имеются всегда особые элементы наглядного представления, не содержащиеся в общих аксиомах. Третью область индукции образуют, наконец, те общие положения, которые возникли путем обобщения из отдельных индукций описанного выше рода (например, вывод общего члена прогрессии). «Какова природа математического мышления? — говорит Пуанкаре. —Действительно ли оно дедуктивно, как это обыкновенно думают? Более глубокий анализ показывает нам, что это совсем не так, что по своей природе математическое мышление подобно индуктивному, и это-то его свойство делает математику плодотворной... Даже в аналитической части математическое рассуждение подобно индуктивному». Математики действуют здесь по методу «построения»; они строят сочетания все более и более сложные; затем, возвращаясь путем анализа этих сочетаний, этих, так сказать, сложных единиц, к их первичным элементам, математик открывает отношения между последними, выводя отсюда и отношения самих сложных единиц. Это — чисто-аналитический порядок мыслей, но он направлен, однако, не от общего к частному, ибо сложные единицы не могут быть рассматриваемы, как нечто более частное, чем их составные элементы...[4]. Для того, чтобы построение могло быть полезным, чтобы оно не утомляло попусту наш разум и могло служить точкой опоры для дальнейшего прогрессивного движения, необходимо прежде всего, чтобы оно обладало особого рода единством, дающим возможность видеть в нем нечто большее, чем простое накопление составных элементов. Или, точнее, необходимо, чтобы было выгоднее рассматривать именно построение, а не отдельные его элементы. «Построение здесь обусловливается функциональной зависимостью и ею направляется». «Математическая индукция, — по словам Пуанкаре, — присуща нам, как логическая необходимость, благодаря способности нашего разума представить себе то или иное действие повторяющимся до бесконечности». Научный скепсис, сомнения в степени достоверности, общности и строгости обоснований и выводов таким образом интуитивно связаны с математической индукцией, а потому правильно, путем математической индукции установленный метод обладает всеми основными свойствами научного метода; необходимо только установить его надлежащим образом, восходя от частных наглядно полученных образов и понятий к более сложным и общим сочетаниям. Здесь определяется роль индукции, отвлечения и интуиции в математическом мышлении.

Эта авторитетная характеристика математического метода указывает на необходимость концентрического установления методов от наглядной пропедевтики, от методов наблюдения и описания числовых и геометрических элементов в формах действительности, в простейших формах пространства и движения, через методы отвлечения и систематизации к методам сложного, т.е. функционального, анализа и обобщающих высот. При этом роль эксперимента должна быть минимальной, а роль математической индукции — максимальной; так, например, установление формул объема в пропедевтике не физическими измерениями, а разложением фигуры и выявлением функциональных соотношений (в систематическом курсе — не геометрической дедукцией, а принципом Кавальери). Наконец, последовательность изложения методов должна учитывать роль отвлечения, индуктивности и интуиции в математическом мышлении, вести от анализа простейших конкретных соотношений геометрии и счисления к анализу сложных пространственных сочетаний и сложных функциональных соотношений.

IV

Выяснив природу математического мышления в целом, обратимся к детальному

[4]Таковы, например, обобщения числа и степени, тригонометрический анализ, кубатура тел по Кавальери, метод полной индукции, метод уравнений, не Евклидовы геометрии. *С.П.*

определению составных элементов его и частных методов.

Реформисты во главе с Клейном выдвигают задачей учебной математики: 1) развитие пространственного мышления и 2) развитие функционального мышления. Это вполне согласуется с содержанием математики как науки, по словам Бугаева, «о свойствах, законах и взаимных соотношениях величин, рассматриваемых со стороны основной их способности изменяться». «Цель преподавания математики, — говорит проф. Власов, — хотя бы и элементарной, заключается в том, чтобы вызвать в учащихся математическое мышление соответственно корням этого мышления, как аналитическое, так и геометрическое, как относящееся к числу и вычислению, так и относящееся к пространственному представлению и построению, мышление, которое могло бы служить для него орудием познания мира как со стороны множественности и величины, так и со стороны форм, строения сложного, пространственных представлений. Такое мышление может быть различных степеней, начиная от элементарных, интуитивных навыков и восходя до сложных математических концепций. Где бы оно для данного лица ни кончалось, оно представляет для него ценность». (Доклад Власова на съезде 1913 г. «Какие стороны математики представляют ценность для общего образования?»[5]) Проф. Власов и с точки зрения содержания науки предполагает концентрическое изложение методов математического мышления.

Естественно, первым концентром будут методы наблюдения и описания конкретного числового вычисления и простейших геометрических образов: методы наблюдения и описания комбинированного счета и основных форм трехмерного пространства, воспринимаемых путем движения и измерения: 1) вычисления с целыми, десятичными и дробными числами в связи с измерениями конкретных величин; 2) изучение прямоугольных, прямолинейных и плоскогранных форм простейшими методами наложения, разложения и развертки; 3) простейшие косвенные измерения величин и простейшие уравнения в связи с применением математической индукции для выявления общих свойств арифметических действий и к установлению общих аналитических формул функциональной зависимости; 4) приближенные вычисления в несложных конкретных условиях и их достоверность в связи с изучением круглых форм; 5) простейшая функциональная зависимость — прямая пропорциональность в конкретных работах и задачах геометрии и техники. Вот первый концентр математических методов нашего мышления; он по содержанию и объему совпадает с пропедевтическим курсом учебной математики, завоевавшим права гражданства под давлением реформистского движения почти во всех школах Америки, Европы и России. Необходимо резче выделить последовательное развитие навыков и приемов, подчеркнуть их математическую сущность и заменить физический эксперимент методом, основанным на математической индукции. Часто физический эксперимент приводит к формулам, фактам, идеям, но заслоняет и искажает метод, навык, уменье; между тем математическая индукция, с присущим ей научным скепсисом, даст не только формулы, факты, идеи, но и научит математическому методу, разовьет математическое мышление, даст более глубо-

[5]Напечатан в журнале "Математическое образование", №1, 1914 г., перепечатан в №3, 1997 г. — *прим. ред.*

кие корни обобщению и достоверности. С точки зрения учета детской психологии и мышления конкретными образами, замена физического эксперимента (взвешиваний, пересыпаний, конкретных измерений) приемами, связанными с математической индукцией (разложений и комбинирований частей фигур), изменит только объекты конкретных наблюдений, сохранив общий характер конкретизации.

Вторым концентром будут методы отвлечения и систематизации: методы мышления комплексами невыполненных действий, методы исследования простейших функциональных соотношений и методы геометрических преобразований: 1) алгебраические тождества и преобразования целых, дробных и иррациональных выражений; 2) метод уравнений; 3) графический метод и исследование линейной и квадратной функций; 4) равенство и симметрия геометрических фигур; 5) подобие фигур и пропорциональность отрезков; 6) тригонометрический анализ прямоугольного треугольника в связи с приближенными вычислениями. Вот общие методы второго концентра. Здесь методы анализа и геометрического воображения выкристаллизованы и установлены на материале предыдущего концентра; они служат для систематизации форм аналитического языка и пространственного мышления, вносят в эти формы обобщающие моменты, расширяя область своей применимости, они детализируют свойства аналитических и геометрических образов и понятий, уточняя методы математического исследования. Основные законы арифметических действий дают специфические приемы преобразования целых выражений, дробных выражений и иррациональных выражений; метод уравнений принимает индивидуальное направление для линейных и квадратных уравнений и для систем уравнений; исследование функций выдвигает особенности и объединяющие моменты своих методов; методы наложения и разложения геометрических фигур уступают место более точным и обобщенным способам равенства и симметрии; образуются новые методы геометрических мест, перспективы, тригонометрического анализа. Выбор материала и его детали должны подчиняться становлению методов, а не детализированию соответствующей теории — системы форм.

Чтобы наметить третий концентр методов — методы сложного функционального анализа[6] и сложных обобщений, вспомним слова крупного математика Таннери: «Для того, чтобы хоть немного понять, что такое математика, насколько широка область ее применения и какова природа задач, которые она ставит и разрешает, необходимо знать, что такое функция, как данная функция изучается, как идут ее изменения, как она представляется при помощи кривой, как алгебра и геометрия оказывают взаимно друг другу поддержку, как число и пространство друг друга поясняют, как определяются касательные, площади и объемы, как мы приходим к созданию новых функций, новых кривых и к их изучению. Как раз эти понятия и методы необходимы для чтения книг технического содержания, в которых прилагается математика, они необходимы для каждого, кто пожелает понимать тайну быстроты современного научного движения и многообразность научных приложений нашего времени, которые с каждым днем проявляют все более и более свое стремление видоизменить и углубить наш способ мышления и

[6]Анализа, связанного с косвенными измерениями: спектральный анализ, психофизические измерения, метеорологические исследования и др.

нашу жизнь. Эти понятия и методы необыкновенно просты и легки, если они сведены к тому, что в них существенного, — гораздо легче, чем многие из тех длинных и сложных доказательств, которые часто предлагаются ученикам и которые, обыкновенно, за исключением того предложения, к которому непосредственно относятся, абсолютно ни к чему не применимы. По моему мнению, они должны все более и более проникать в элементарное преподавание, чтобы упрощать и укреплять его»(Таннери, «Основные понятия математики»).

Методы функционального анализа и обобщений, очевидно, должны представлять комплексы или комбинации из элементарных методов, но очерченная Таннери сущность математики — исследование функций — предполагает новое направление этих методов в сторону бесконечного процесса, бесконечно-малых изменений и «комплекса невыполненных действий как объекта мысли», так как конкретизирование, интерполирование и экстраполирование формул закономерности происходят уже в рамках непрерывности; центр тяжести исследования функций необходимо переходит от графических до известной степени ограниченных методов к аналитическим методам, охватывающим бесконечный процесс становления: 1) числовые ряды и функциональная зависимость; 2) исследование уравнений и условия бесконечности и неопределенности; 3) уравнения высших степеней и целые функции; 4) тригонометрические и круговые функции как объекты исследования и как орудия исследования; 5) показательная функция и логарифмы как объекты исследования и как приемы исследования; 6) бесконечный процесс изменений и пределы; 7) дифференцирование; 8) интегрирование; 9) принцип Кавальери; 10) метод координат; 11) определенный интеграл и 12) комбинаторика. Вот комбинированные методы третьего концентра; это — минимум того, что, по мнению Таннери и условиям современности, выявит значение математики как орудия научного исследования.

В заключение детального обзора методологической постройки программ следует отметить и место исторического элемента. «В математике, — говорит В. П. Шереметевский, — грандиозная широта научной области затрудняет проведение выделяющих ее границ, все детали этой науки — неизменные истины, накопившиеся веками, — вплетены такими прочными логическими нитями в ее сложную конструкцию, что выделить основу ткани можно, только наблюдая за ее постепенным образованием. Чтобы ориентироваться среди многочисленных разветвлений науки, нужно знать, как возникли главные течения научной мысли и какими изгибами дошли они до главного срединного узла, сохраняющего свое положение среди потоков, иногда временных» (Лоренц, «Элементы высшей математики»). Конечно, в общеобразовательном курсе математики эта широкая задача должна быть сужена, сведена лишь к экскурсам в область истории научного творчества. Но значение исторической перспективы в установлении отдельных методов имеет большую ценность, выясняя учащимся основные идеи метода, от грубого, неотесанного толкования при возникновении до постепенно усложнившегося оформления их. Не археологическое любопытство должно руководить историческими ссылками, а необходимость выявления основной сущности метода в элементарном толковании ее; следовательно, если история дает элементарное толкование основоположений метода, то надо остановиться на ее свидетельстве, начать знакомство с методом с исторического воспоминания и по возможности повторить его точно. Например, как целесообразно начать изучение тригонометрических функций с воспоминаний о составлении таблиц хорд; или какую помощь окажет воспоминание о Стифеле при знакомстве с логарифмами; или как ценна будет история древнегреческой геометрии в начале систематического курса, история методов счисления бесконечно-малых при изучении этих последних, история фигурных чисел в отделе числовых рядов и т. д., и т. д.

V

Позволю себе к собранному выше материалу по вопросу о методологической постройке учебных программ математики добавить свои конкретные соображения; при этом я обойду молчанием очень важные вопросы методического характера первоначальных отделов, так как эти методические вопросы более связаны с педологией и общей дидактикой, а не с методологией, не с вопросом о научных методах математики; оговорюсь только, что и здесь необходимы коррективы, направляющие указание методологии.

I концентр. (Развитие математической интуиции и навыков вычисления.)

1. 4 действия над целыми числами. Меры и простейшие дроби. Измерение длины. Десятичное счисление. Сокращенные приемы и устный счет.

2. Прямоугольные формы и их изучение (куб, квадрат, прямая, плоскость, точка; прямоугольный брус, прямоугольник, параллельность и перпендикулярность линий и плоскостей). Вычисления с десятичными числами; простейшая разработка статистического материала; ступенчатые диаграммы. Измерение и изменения прямоугольных площадей и объемов. Аналитическая формулировка. Определение неизвестных элементов формул. Процентные отношения. Метрические меры.

3. Изучение прямолинейных и плоскогранных форм (призмы, четыреугольники, углы и окружность; пирамиды, треугольники, многоугольники). Вычисления с дробными числами; круговые диаграммы; составление и решение уравнений с целыми и дробными коэффициентами вида $ax \pm bx = c$, $ax \pm b = c$, $ax \pm b = cx$. Измерение и разложение прямолинейных фигур и объемов призм и пирамид. Пифагорова теорема. Технические расчеты и вычисления числовой величины формул.

4. Прямая пропорциональность и подобные фигуры. Пропорциональное деление и уравнение. Пропорциональные величины и пропорциональные отрезки. Поперечный масштаб. Подобие фигур. Графики перевода мер и железнодорожные графики. Пропорции. Составление формул к законам физическим.

5. Изучение круглых форм и приближенные вычисления.

6. Вычисления с относительными числами и графики эмпирических функций. Алгебраическая сумма и основные законы. Из истории уравнений; общие приемы решения линейного уравнения.

7. Одночлены и многочлены. Из истории обобщения понятия о числе. Постоянство основных законов. Сложение, вычитание, умножение и деление на одночлен

многочленов. Формулы сокращенного умножения и геометрическое толкование их. Уравнения и Пифагорова теорема.

II концентр. (Выделение основных методов и усвоение их деталей.)

1. Целые многочлены и алгебраические дроби. Дробные и буквенные уравнения. Технические расчеты усеченных пирамид и конусов (язык формул).

2. Методы геометрических преобразований. Из истории геометрии в древней Греции. Осевая симметрия и свойства перпендикулярных линий. Центральная симметрия и свойства параллельных линий. Равенство треугольников и свойства прямолинейных фигур. Геометрические места и свойства линий в окружности. Задачи на построение (язык фигур).

3. Линейные уравнения и их системы. Линейная функция и ее графика (язык уравнений).

4. Метрическая геометрия на плоскости; измерение углов и площадей, подобие фигур и пропорциональные линии, правильные многоугольники и окружность. Квадратные корни и решение квадратных уравнений (косвенные измерения на плоскости).

5. Тригонометрический анализ в прямоугольном треугольнике; из истории тригонометрии; тригонометрические функции и приближенные вычисления в решении треугольников и в геометрических вычислениях.

6. Квадратная функция. Теория квадратных уравнений. Делийская задача и графический способ решения уравнений квадратных и кубических.

7. Иррациональные числа, тождества и уравнения.

8. Геометрия трехмерного пространства. Основы проекционного черчения. Многогранники, их свойства и поверхности (трехмерный анализ).

III концентр (Усвоение сложного анализа и исследование функций.)

1. *Числовой анализ.* Эволюция понятия о числе. Приближенные вычисления и измерения и основы учения о погрешностях. Число и сплошные величины.

2. *Числовые ряды и функциональная зависимость.* Фигурные числа. Арифметические ряды и прямая пропорциональность. Геометрическая прогрессия и показательная функция. Бесконечно-убывающая прогрессия.

3. *Метод уравнений.* Из истории алгебры. Теория преобразований уравнений. Исследование формул решения уравнений. Частные приемы решения уравнений высших степеней и целые функции.

4. *Тригонометрические функции и их исследование.* Гониометрические формулы и уравнения. Комплексные числа и геометрическое толкование их.

5. *Показательные и логарифмические функции.* Обобщение степени. Графики. Уравнения.

6. *Логарифмические вычисления и решения треугольников.*

7. *Бесконечно-малые величины и пределы.* Измерение окружности, круга и круглых тел. Принцип Кавальери и кубатура.

8. *Метод координат и геометрические места.* Метод координат и задачи на прямую. Метод координат и исследование кривых. Конические сечения.

9. *Производная и исследование кривых и функций.* Задачи на максимум и минимум. Диференцирование.

10. *Неопределенный интеграл и простейшее интегрирование.*

11. *Определенный интеграл.* Вопросы дифференциальной геометрии. Квадратура и кубатура.

12. *Комбинаторика.* Бином Ньютона. Из теории вероятностей.

13. *Разложение функций в ряды.* Строки Маклорена и Тейлора.

Вот общая схема конкретизации методологического принципа. Еще раз повторяю, что, будучи глубоко убежденным в ценности и целесообразности методологической постройки учебной математики, я хотел только возбудить вопрос о детальном, последовательном и определенном осуществлении этой постройки.

Двадцать первый Турнир Городов

Весенний тур

Наш журнал традиционно публикует материалы, связанные с международным математическим Турниром Городов. В настоящем номере приводятся условия задач весеннего тура 2000 г. Более подробные сведения содержатся в публикуемых ежегодно отчетах о Турнире. Обращайтесь по адресу

121002 Москва, пер. Б. Власьевский, 11, комн. 202

e-mail: kuligin@mccme.ru **internet:** www.mccme.ru/olympiads/turgor

8-9 кл., тренировочный вариант 27 февраля 2000 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты, очки за пункты одной задачи суммируются)

1. *(3 балла)* Может ли произведение двух последовательных целых положительных чисел равняться произведению двух соседних положительных четных чисел?

(В. В. Произволов)

2. *(4 балла)* В трапеции $ABCD$, площадь которой равна 1, основания BC и AD относятся как $1:2$. Пусть K — середина диагонали AC. Прямая DK пересекает сторону AB в точке L. Найдите площадь четырехугольника $BCKL$.

(М. Г. Сонкин)

3. а) *(2 балла)* Докажите, что вершины $3n$-угольной призмы можно раскрасить тремя красками так, чтобы каждая вершина была связана ребрами с вершинами всех трех цветов.

б) *(3 балла)* Докажите, что если вершины n-угольной призмы можно раскрасить тремя красками так, чтобы каждая вершина была связана ребрами с вершинами всех трех цветов, то n делится нацело на 3.

(Напоминание: основания n-угольной призмы — равные n-угольники.)

(А. В. Шаповалов)

4. *(5 баллов)* Можно ли расставить в вершинах куба натуральные числа так, чтобы в каждой паре чисел, связанных ребром, одно из них делилось на другое, а во всех других парах такого не было?

(А. В. Шаповалов)

10-11 кл., тренировочный вариант 27 февраля 2000 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты, очки за пункты одной задачи суммируются)

1. *(3 балла)* Диагонали выпуклого четырехугольника делят его на четыре треугольника. Оказалось, что сумма площадей двух противоположных (имеющих только общую вершину) треугольников равна сумме площадей двух других треугольников. Докажите, что одна из диагоналей делится другой диагональю пополам.

(Фольклор)

2. *(4 балла)* На двух противоположных гранях игрального кубика нарисовано по одной точке, на двух других противоположных — по две точки, и на двух оставшихся — по три точки. Из восьми таких кубиков сложили куб $2 \times 2 \times 2$, и посчитали суммарное число точек на каждой из его шести граней. Могли ли получиться 6 последовательных чисел?

(А. В. Шаповалов)

3. *(4 балла)* Докажите неравенство:

$$1^k + 2^k + ... + n^k \leq \frac{n^{2k} - (n-1)^k}{n^k - (n-1)^k}$$

при любых целых положительных n и k.

(Л. А. Емельянов)

4. Существует ли бесконечная последовательность, состоящая из

а) *(3 балла)* действительных

б) *(3 балла)* целых

чисел, такая, что сумма любых десяти подряд идущих чисел положительна, а сумма любых первых подряд идущих $10n + 1$ чисел отрицательна?

(А. К. Толпыго)

8-9 кл., основной вариант, 5 марта 2000 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты.)

1. *(3 балла)* Найдите все действительные корни уравнения

$$(x+1)^{21} + (x+1)^{20}(x-1) + (x+1)^{19}(x-1)^2 + ... + (x-1)^{21} = 0.$$

(Р. М. Кузнец)

2. *(3 балла)* Длины оснований трапеции — целые числа. Докажите, что ее можно разбить на равные треугольники.

(А. В. Шаповалов)

3. *(6 баллов)* Дана окружность и точка A внутри нее. Найдите геометрическое место вершин C всевозможных прямоугольников $ABCD$, где B и D — точки окружности.

(М. Ю. Панов)

4. *(7 баллов)* Разбойники Хапок и Глазок делят кучу из 100 монет. Хапок захватывает из кучи пригоршню монет, а Глазок, глядя на пригоршню, решает, кому из двоих она достается. Так продолжается, пока кто-то из них не получит 9 пригоршней, после чего другой забирает все оставшиеся монеты (дележ может закончиться и тем, что монеты будут разделены прежде, чем кто-то получит 9 пригоршней). Хапок может захватить в пригоршню сколько угодно монет. Какое наибольшее число монет он может гарантировать себе независимо от действий Глазка? (Укажите это число, покажите, как Хапок может его себе гарантировать, и докажите, что большего он гарантировать не может).

(А. В. Шаповалов)

5. *(7 баллов)* Какое наибольшее число коней можно расставить на шахматной доске 5×5 так, чтобы каждый из них бил ровно двух других? (Укажите расстановку и докажите, что нельзя расставить большее число коней с выполнением условия задачи.)

(М. Горелов)

6. *(10 баллов)* В круговом шахматном турнире каждый участник играет с каждым один раз. За выигрыш присуждается одно очко, за ничью — пол-очка, за проигрыш — ноль. Назовем партию неправильной, если выигравший ее шахматист в итоге набрал очков меньше, чем проигравший. Докажите, что неправильные партии составляют меньше 3/4 общего числа партий в турнире.

(С. И. Токарев)

10-11 кл., основной вариант, 5 марта 2000 г.

(Итог подводится по трем задачам, по которым достигнуты наилучшие результаты, очки за пункты одной задачи суммируются.)

1. *(3 балла)* Натуральные числа m и n взаимно просты (не имеют общего делителя, отличного от единицы). Дробь

$$\frac{m + 2000n}{n + 2000m}$$

можно сократить на число d. Каково наибольшее возможное значение d?

(С. А. Злобин)

2. *(5 баллов)* Хорды AC и BD окружности с центром O пересекаются в точке K. Пусть M и N — центры окружностей, описанных около треугольников AKB и CKD. Докажите, что $OM = KN$.

(А. А. Заславский)

3. *(5 баллов)* В колоде часть карт лежит рубашкой вниз. Время от времени Петя вынимает из колоды пачку из одной или нескольких подряд идущих карт, в которой верхняя и нижняя карты лежат рубашкой вниз, переворачивает всю пачку как одно целое и вставляет в то же место колоды. Докажите, что в конце концов все карты лягут рубашкой вверх независимо от того, как Петя выбирает пачки. (Примечание: если «пачка» состоит лишь из одной карты, то требуется только, чтобы она лежала рубашкой вниз.)

(А. В. Шаповалов)

4. *(5 баллов)* На плоскости, разграфленной сеткой вертикальных и горизонтальных прямых на квадратные клетки, нарисован выпуклый многоугольник так, что все его вершины находятся в вершинах клеток, и ни одна из его сторон не вертикальна и не горизонтальна. Докажите, что сумма длин вертикальных отрезков сетки внутри многоугольника равна сумме длин горизонтальных отрезков сетки внутри многоугольника.

(Г. А. Гальперин)

5. *(7 баллов)* Найдите максимальное число N, для которого существуют такие N последовательных целых положительных чисел, что сумма цифр первого числа делится нацело на 1, сумма цифр второго числа — на двойку, сумма цифр третьего числа — на тройку, и т.д., сумма цифр N-го числа делится нацело на N.

(С. И. Токарев)

6. В круговом шахматном турнире каждый участник играет с каждым один раз. За выигрыш присуждается одно очко, за ничью — пол-очка, за проигрыш — ноль. Назовем партию неправильной, если выигравший ее шахматист в итоге набрал очков меньше, чем проигравший.

а) *(6 баллов)* Докажите, что неправильные партии составляют меньше 3/4 общего числа партий в турнире.

б) *(6 баллов)* Докажите, что в пункте а) число 3/4 нельзя заменить на меньшее.

(С. И. Токарев)

Мы продолжаем рассказывать о новинках литературы в области математики и смежных наук. В настоящем выпуске предлагаем рецензию на новый учебник по математической логике, а также два объявления о вышедших из печати изданиях.

Рецензия на книгу А. В. Гладкого «Математическая логика»

А. Я. Диковский

А.В. Гладкий, Математическая логика. М.: Российский государственный гуманитарный университет, 1998[1], 479 с. ISBN 5-7281-0025-2.

Всякий раз, беря в руки новую книгу с названием «Математическая логика», испытываешь любопытство, что же еще можно предложить читателю после стольких книг, посвященных этой математической дисциплине, написанных отечественными авторами или вышедших в русском переводе. По понятным причинам в последние десять лет книги по математической логике практически не появлялись. Но среди книг, выходивших в предшествующие годы, были совершенно прекрасные, каждая в своем жанре — например, основательная монография С. Клини «Математическая логика», М., «Мир», 1973, или блестящий очерк Р. Линдона «Заметки по логике», М., «Мир», 1968. Между тем вышедшая скромным тиражом в 1000 экз. в издательском центре РГГУ книга А. В. Гладкого «Математическая логика» восполняет существенный пробел в литературе: она является по существу первым учебником по этому предмету.[2]

В отечественной математической литературе требования к учебникам традиционно высоки. Истоками этой традиции были такие шедевры, как, например, «Арифметика» Магницкого. На некоторых учебниках многие десятки лет воспитывались поколения студентов. Вспомним учебник И. И. Привалова по теории функций комплексного переменного (выдержавший к 1977 г. 12 изданий) или переведенный на русский язык учебник Б. Л. ван дер Вардена по алгебре. Классические

[1]Фактически книга вышла в свет в апреле 1999 г.

[2]Отметим все же вышедшее в двух частях в издательстве МГУ пособие А. Н. Колмогорова и А. Г. Драгалина: "Введение в математическую логику", 1982 г. и "Математическая логика. Дополнительные главы", 1984 г. — *прим. ред.*

учебники точно выдерживают баланс между строгостью и доступностью изложения, но никогда не за счет снижения первой в пользу последней. Большая доступность достигается в них ясностью изложения, акцентированием важнейших идей и методов, подробным и разносторонним разъяснением основных положений, мотивировок и трудных моментов, удачным подбором иллюстративного материала и большим количеством упражнений и задач самого различного уровня сложности. Одно из принципиальных отличий таких учебников от научных монографий состоит в консервативности выбора материала и предпочтении устоявшихся систем понятий (или, как нынче принято выражаться, парадигм). Учебника именно в этом смысле пока не было в отечественной литературе по математической логике, и именно таким учебником является книга А. В. Гладкого.

Книга имеет типичный для математических учебников объем (около 500 стр.) и в целом традиционную для книг по математической логике организацию. Она разбита на восемь глав, первая из которых посвящена детальному изложению исходных понятий множества, отношения и функции и построению с их помощью прочих классических теоретико-множественных понятий, вторая вводит символический язык логики, третья и четвертая посвящены семантике соответственно логики предложений и логики предикатов, пятая и шестая — соответствующим формальным системам, седьмая содержит элементы теории алгоритмов, в восьмой излагается формальная арифметика. Завершается книга тремя приложениями, посвященными соответственно отношениям эквивалентности и порядка, понятию мощности множества и методу математической индукции (в частности, на материале пеановской арифметики).

При всей своей традиционности книга А. В. Гладкого отличается от других книг по математической логике по меньшей мере двумя существенными особенностями изложения:

— лингвистическим аспектом, который обнаруживается и как один из исходных факторов развития логики как научной дисциплины, и как источник мотивировки ее исходных понятий, и как материал для упражнений и задач;

— постоянно присутствующим историческим фоном, пронизывающим всю книгу, превращающим историю логики в драму идей и личностей, обнаруживающим ее глубинные связи с эволюцией идей в философии, математике и лингвистике.

Благодаря этим особенностям математическая логика предстает в книге как дисциплина математическая по методам и гуманитарная как по своим истокам, так и по основному объекту изучения — категории истины.

Отмеченный выше лингвистический аспект изложения проявляется прежде всего в способе построения логического языка. В противоположность укоренившейся традиции описывать сначала пропозициональный язык, а уж затем язык первой ступени, автор описывает логический язык в целом, начиная с предикатов, как элементарных высказываний, затем вводит кванторы, затем, по аналогии с союзами, пропозициональные связки, и уж затем — формулы: пропозициональные и первой ступени. Со всех точек зрения — лингвистической, философской и методологической — такой порядок представляется более естественным. Любопытно отметить, что Монтегю строил формализацию фрагмента английского языка средствами интенсиональной логики именно в этом порядке (Montague, R. English as a formal language. In: Visenti et al., Linguaggi nella Societa e nella Tecnica. Milan: Edizioni di Communita, 1970. Перепечатано в: R. Thomason (Ed.), Formal Philosophy: Selected papers of Richard Montague. New Haven: Yale Univ. Press, 1974). Семантика пропозициональных формул определяется в терминах выражаемых ими булевых функций, а семантика формул первой ступени — в терминах предикатов, которые они выражают в фиксированной интерпретации.

При построении формальных систем основной упор делается на систему естественного вывода, в основном подобную оригинальной версии Генцена. Это позволяет, с одной стороны, строить формальные выводы таким образом, что они оказываются формализованными версиями содержательных математических рассуждений, с другой — естественным образом разграничить классическую и интуиционистскую системы и синтаксически просто выделять интуиционистские доказательства. Опираясь на метафору «увядших листьев», автор методически изящно и вместе с тем очень наглядно объясняет механизм нейтрализации гипотез. Теорема о полноте для пропозиционального фрагмента доказывается в форме Кальмара, а для исчисления первой ступени — в форме Генкина. Приводятся и другие варианты формализации: исчисление гильбертовского типа (в форме Новикова) и генценовское исчисление секвенций. Теорема об устранении сечения формулируется и подробно обсуждается, но не доказывается, что является в книге редким исключением. Между тем именно эту теорему, ввиду исключительной важности конструкции ее доказательства для приложений, пожалуй, следовало бы доказать. Быть может, было бы уместно включить в разделы, посвященные формализации, также и методы резолюции и табло, тем более, что там имеется практически все, что требуется для их обоснования. Что касается прикладных теорий с равенством, то им уделяется серьезное внимание, в частности, подробнейшим образом рассматривается вопрос о нормализации моделей и обсуждаются элементарные теории классических математических систем. Изложение формальных систем первой ступени заключается поистине великолепным анализом аристотелевской силлогистики, перекидывающим мост от математической логики к традиционной формальной логике.

В главе, посвященной вычислимости, автор, следуя установившейся традиции, определяет вычислимые функции, разрешимые и перечислимые множества через машины Тьюринга, определяет геделевские нумерации, универсальные машины Тьюринга и приводит примеры неразрешимых алгоритмических проблем. В частности, он приводит прозрачное доказательство неразрешимости проблемы тождества для ассоциативных исчислений. Вторая половина этой главы посвящена примитивно-рекурсивным, общерекурсивным и частично-рекурсивным функциям и доказательству эквивалентности вычислимости по Тьюрингу и частичной рекурсивности.

В последней главе приводится доказательство первой теоремы Геделя о неполноте арифметики, сначала в исходной формулировке, а затем и в форме Россера. Заодно доказывается эквивалентность рекурсивности предикатов и функций их представимости в арифметике при условии ее непротиворечивости. Из остроумного анализа парадокса лжеца автор извлекает доказательство теоремы Тарского о неарифметичности множества истинных формул арифметики. Завершается глава доказательством теоремы Черча о неразрешимости исчисления предикатов. По ходу изложения доказывается теорема о неполноте и неразрешимости арифметики Робинсона.

Даже сухой перечень тем показывает, что книга дает основательное введение в предмет. При этом она во всех отношениях великолепно написана, в том числе и с методической точки зрения. Замечательно выдержан уровень полноты доказательств: они не утомляют читателя излишеством очевидных деталей, но и не грешат чрезмерной лаконичностью. В громоздких конструкциях типа арифметизации очень точно выдержан баланс между частями, включаемыми в текст доказательства, и частями, выносимыми в упражнения. Именно благодаря этой точности баланса в технической разработке доказательств создается ощущение плотности идейной ткани книги: мотивировок, содержательного анализа теорем, методов, глубинных связей между ними, исторических справок и авторских отступлений. Эта книга — классический, написанный в лучших традициях учебник, и она требует переиздания, более соответствующего ее исключительно высоким достоинствам.

Профессор Нантского университета,
в.н.с. ИПМ РАН им. М.В. Келдыша,
д.ф.-м.н. А.Я. Диковский

Сообщения о вышедших книгах

Редакция сообщает, что вышли из печати следующие книги:

1) **И. Р. Шафаревич, Избранные главы алгебры. Учебное пособие для школьников**, Москва, журнал "Математическое образование", 2000 г.

   Журнальный вариант этой книги был опубликован в нашем журнале, №№1 — 7. Перед выходом в виде отдельного издания рукопись исправлена и дополнена.

   В Москве книгу можно приобрести в магвзине "Дом научно-технической книги", Ленинский проспект, д. 40

   Иногородние заказчики могут обращаться в редакцию журнала "Математическое образование". Цена одного экземпляра 55 руб. без стоимости пересылки. Заказ можно оформить так же, как подписку на журнал.

2) **М. М. Постников, Критическое исследование хронологии древнего мира, тт. 1-3**, Москва, издательство "Крафт+Леан", 2000 г.

   Аннотация книги была опубликована в нашем журнале, №1(8), 1999 г.

   По поводу приобретения обращайтесь в торговую фирму "Крафт+",

   109544 Москва, а/я 16. Тел./факс: (095) 278-73-80

   e-mail: kraft@podlipki.ru

   www.podlipki.ru/~kraft/

   В Санкт-Петербурге тел./факс: (812) 141-23-37

Информация о замеченных опечатках в номере 2-3 (9-10), 1999 г.

Уважаемые читатели!

Сообщаем вам, что в выпуске журнала “Математическое образование”, номер 2-3 (9-10), апрель - сентябрь 1999 г., в разделе “Задачи 11-й летней Конференции Турнира Городов” допущены следующие опечатки.

На странице 122 неточно указаны авторы цикла задач “Иррациональная” прямая на квадратной решётке”. На самом деле задачи из этого цикла предложили на конференцию Г. А. Гальперин (задачи 1 – 9) и А. Я. Канель (задачи 10 – 18), а представляли эту задачу на конференции С. А. Дориченко, А. Я. Канель и В. М. Гуровиц.

В задаче 14 из этого же цикла (страница 124) имеется ошибка: в условии этой задачи была потребована линейная независимость расстояний между соседними точками в системах, а на самом деле нужно требовать линейную независимость обратных величин к этим расстояниям.

На самой конференции задача была выдана участникам с этой ошибкой, и поэтому ее никто не решил. Однако во время разбора решений участники (школьники из Белоруссии) заметили ошибку в авторском решении, а чуть позже они же привели контрпример к этому решению. Решение становилось верным после исправления формулировки задачи (см. выше).

Приносим вам свои извинения.

Редакция.

Вниманию читателей журнала "Математическое образование"

Издатель и редакция рады сообщить Вам о создании научно-популярного приложения к нашему журналу. "Обозрение Z" — так оно будет именоваться.

За три года, что выходит журнал "Математическое образование", стало совершенно очевидным: никакого объема не хватит, чтобы отразить повсеместную математизацию всех областей современного знания. Наши авторы часто предлагают редакции статьи, далеко выходящие за рамки первоначально намеченной программы журнала. Выход мы увидели в издании широкопрофильного обзорного приложения.

Далее на страницах журнала мы предлагаем вашему вниманию некоторые материалы, вошедшие в первые номера нового приложения — статьи И. Р. Шафаревича, А. А. Воронина, Л. А. Грибова и В. А. Дементьева. Надеемся, что они дадут читателям возможность составить предварительное представление о нашем начинании.

Отметим, что "Обозрение Z" является независимым изданием с собственным редакционным коллективом, который в настоящее время находится в процессе формирования.

С января 2001 года "Обозрение Z" будет выходить регулярно. Первые номера этого года можно рассматривать как пробные на период становления и поиска формата. Предполагается также издание приложения в электронной версии. Мы будем рады любым отзывам, замечаниям и предложениям наших читателей по всем вопросам нового издания.

Условия распространения и подписки на приложение к журналу "Математическое образование" совершенно аналогичны условиям подписки на сам журнал. Адреса, телефоны и реквизиты редакции и издательства — те же. Рукописи не возвращаются и не рецензируются. Авторские права сохраняются за авторами материалов.

Редакция.

Из истории естественно-научного мировоззрения

И. Р. Шафаревич

1. Постулаты естественно-научного мировоззрения

Естественно-научное мировоззрение — это система взглядов, развившихся в естествознании, в основном в физике и, ввиду связанных с ней громадных успехов и технических приложений, ставшая популярной и очень привлекательной. Так что теперь считается, что эти методы мышления применимы в различных областях знания и являются наиболее точным и достоверным методом познания и в науке о живом, и об обществе, и человеке.

Основные положения этой системы взглядов можно сформулировать в виде четырех утверждений:

1. *Существование законов природы.* То есть, небольшого, во всяком случае обозримого, числа законов, из которых мы можем получить описание практически всех природных явлений. Это совсем не очевидное утверждение. Ведь можно было бы предположить, наоборот, что каждое явление описывается своим законом, а явления, происходившие раньше, управлялись совсем другими законами. Образно можно сказать, что система законов — это нечто вроде коробочки, в которую можно упаковать всю вселенную, а потом, открыв коробочку, опять развернуть из нее вселенную, по крайней мере, умственно. Чтобы пояснить конкретнее, что я имею в виду, приведу один пример. При создании этой концепции в XVII в. в исследованиях Галилея большую роль играл «закон свободного падения тел», согласно которому путь, пройденный свободно падающим телом пропорционален квадрату времени падения. Точнее говоря, имеет место соотношение

$$s = gt^2/2,$$

где s — пройденное телом расстояние, t — время падения, а g — некоторая постоянная, называемая ускорением силы тяжести.

Но почему Галилей так упорно искал этот закон или какой-то ему подобный? Почему не предположить, что каждое тело падает по своему закону? Вот такая вера в существование единого закона и лежит в основе естественно-научного мировоззрения.

2. *Экспериментальность.* Закон извлекается не из обыденного опыта, не на основании авторитета прошедших поколений, а из природы, методом наблюдения,

точнее эксперимента. Эксперимент является специальным методом наблюдения, когда явление ставится в искусственные условия, неограниченное число раз точно воспроизводимые.

3. *Объективность.* Вера в то, что эксперимент объективен по своей природе, то есть не зависит от наблюдателя и может быть в точности воспроизведен различными людьми. В идеале наблюдателя даже лучше исключить, заменив прибором, это считается надежнее.

4. *Математичность.* В результате эксперимента мы получаем некоторое число (или более сложное математическое понятие, например, функцию). То есть, в эксперименте мы имеем дело с величинами, которые измеримы и сводятся к числам. Все законы являются некоторыми математическими соотношениями между этими числами (или другими математическим объектами). Примером является написанная выше формула, выражающая закон свободного падения тел. Потом из этих соотношений мы получаем, применяя методы математики, следствия, которые дают описание все новых явлений природы.

Сформулированные четыре положения являются постулатами, лежащими в основе естественно-научного мировоззрения, вроде аксиом в геометрии.

Это мировоззрение выкристаллизовалось за последние четыреста лет и в настоящее время подкрепляется невиданными достижениями науки и техники. Грубо говоря, около 1600 года нашей эры произошло резкое изменение характера научного мышления, давшее взрывообразное увеличение объема научных знаний и власти над миром. Произошедшие с тех пор изменения называются в настоящее время «Научно-технической революцией XVII – XX веков» или «Коперниканской революцией» (последнее название объясняется ролью, которую играла при выработке этого мировоззрения созданная Коперником гелиоцентрическая система мира). В это время были открыты законы механики, теория электрических явлений, законы электрического тока, теория электромагнитного поля и электромагнитная теория света, что привело к созданию теории относительности. Была развита концепция атомного и молекулярного строения вещества, теория газов и теплоты. Возникла атомная физика и квантовая механика. Под влиянием возникших в физике идей была создана теория эволюции земной коры и органического мира, клеточного строения живого вещества. Последняя теория позволила исследовать механизм передачи наследственных признаков. Эти достижения естествознания полностью изменили жизнь и дали людям неслыханную до того власть над природой. Вся наша жизнь, начиная с того, что мы живем в громадных домах в громадных городах и кончая тем, что имеем шанс погибнуть в атомной войне, основывается на некоторых открытиях естествознания.

2. Научная революция XVII в. н.э.

Как произошел этот громадный скачек в развитии человеческого мышления?

Начало было положено изменениями, произошедшими в науке в XVII веке и все последующие успехи явились только следствием тех событий. Поэтому нужно внимательно присмотреться к XVII веку, к тому, что тогда произошло в науке.

Конечно, XVII в. — это условная точка отсчета. Например, книга Коперника «О вращении небесных сфер», содержавшая изложение гелиоцентрической системы, была опубликована несколько раньше — в 1543 г.

Центральная роль в разрушении старых и создании новых взглядов принадлежит Галилею. В 1610 году он сконструировал телескоп и обнаружил ряд новых явлений: Млечный путь состоит из отдельных звезд (до этого считалось что он является облаком газов), Юпитер имеет спутников, на Солнце есть пятна, на Луне — горы. Он исследовал также законы движения тел на Земле, например, закон свободного падения тел. Главный вывод, который более всего поразил и его, и его последователей — что и на Земле, и на небе действуют одни законы. Например, мы видим ежедневно спутника Земли — Луну, но, оказывается и у далекого Юпитера есть такие же спутники. Значит, вся вселенная управляется едиными законами!

В период между 1609 и 1621 годами в результате обработки громадного числа астрономических наблюдений Кеплер нашел законы движения планет (знаменитые 3 закона Кеплера).

В 1630 году Галилей опубликовал книгу «Диалог о двух главных системах мира», где поддерживал теорию Коперника. Центральной идеей этой книги является мысль, что законы движения небесных тел совпадают с законами, действующими на земле. Законы «земной» механики он исследует в сочинении «Беседы, касающиеся двух новых областей науки», опубликованном в 1638 г.

В 1637 году Декарт опубликовал свою книгу «Рассуждения о методе», в ней он расширил сферу рассматриваемых явлений изучением явлений оптики, исследовал законы преломления света. Он использовал в ней новый математический метод — аналитическую геометрию. В 1644 году он же опубликовал книгу «Начала философии», в которой сформулировал так называемый закон инерции (называемый сейчас обычно первым законом Ньютона), согласно которому тело, на которое не действуют никакие силы, совершает равномерное прямолинейное движение.

В 1686 году вышел труд Ньютона — книга, которая явилась венцом всего этого направления: «Математические начала натуральной философии». Книга начинается с формулировки некоторых основных законов. Затем из них путем математических рассуждений выводится описание множества явлений таких как, например, движение Луны, планет и комет, приливы и отливы, механика жидкостей и газов. Чувствуется уверенность автора в универсальности найденных законов и всего его подхода. Часто используется термин «Система мира», т. е. вся его теория — это как бы некоторая «Теория мира».

Позже Ньютон включил в свои исследования и оптику (расщепление света на простейшие цвета, теория света как потока частиц).

Все развитие физики в XVII в. было связано с созданием и применением новых разделов математики — аналитической геометрии, интегрального и дифференциального исчисления, дифференциальных уравнений, бесконечных рядов.

Перечислим еще раз основные научные события XVII в. Начать надо немного раньше.

1543 — Коперник, «О вращении небесных сфер».

1610 — Галилей, наблюдения в телескоп.

1609–1621 — законы Кеплера.

1630 — Галилей, «Диалог о двух системах мира».

1637 — Декарт, «Рассуждение о методе».

1638 — Галилей, «Беседы, касающиеся двух новых областей науки».

1644 — Декарт, «Начала философии».

1686 — Ньютон, «Математические начала натуральной философии».

1704 — Ньютон, «Оптика».

Напомним, что же в этот век происходило в человеческой истории.

Россия — от Смутного времени до Петра I.

Германия — Тридцатилетняя война между протестантами и католиками.

Англия — Английская революция, власть Кромвеля, восстановление монархии.

Франция — эта эпоха всем лучше всего знакома по романам Дюма: три мушкетера, Д'Артаньян, виконт Де Бражелон — все жили в этом веке.

Какова же причина прорыва в естествознании, произошедшего в XVII в.? И почему это произошло в XVII веке, а не на сто, пятьсот, тысячу лет раньше?

Создатели этого нового естествознания вполне отдавали себе отчет в том, какой громадный переворот в науке они совершают. Галилей, например, писал свои работы, в основном, в популярной, доходчивой форме в виде беседы нескольких человек, не на общепринятом тогда языке науки — латыни, а на народном, итальянском языке, явно стремясь пропагандировать свои идеи. Были и идеологи, не внесшие сами вклада в науку, но развивавшие и пропагандировавшие ее новые принципы, самые известные из них — Дж. Бруно и Ф. Бекон. И все они, в основном, сходились в объяснении тех причин, которые вызвали этот переворот в науке. Они выделяли две: 1) Накопилось много фактов, противоречащих старым взглядам. 2) Ученые отказались от домыслов, «схоластики» и «повернулись лицом к природе», то есть к эксперименту. Отказались от выдуманных объяснений, вроде того, что «у каждого тела есть естественное место, к которому оно естественно стремится» и попытались выводить законы природы из эксперимента.

Но исследования современных историков естествознания показали, что, несмотря на внешнюю убедительность, это объяснение сомнительно. Вот ряд аргументов, приводящих к такому выводу:

1. Те «новые факты», которые произвели особенно сильное впечатление на ученых XVII в., были известны задолго до того: за 2000 лет и даже больше. Например, гелиоцентрическая система была сформулирована греческим астрономом Аристархом Самосским в III в. до н.э.; то, что Млечный путь состоит из отдельных звезд, утверждал Демокрит в IV в. до н.э.; что на Луне есть горы — Анаксагор в V в. до н.э. В XVII в. н.э. эти взгляды не были общепринятыми, но специалистам были известны, например, Коперник в своей книге ссылался на «древних» в подтверждение своей теории. Архимеду (в III в. до н.э.) были известны основные

идеи, лежащие в основе интегрального и дифференциального исчисления.

2. Многие открытия, которые, как считалось, были сделаны в XVII в. н.э. «экспериментально», на самом деле не могли быть найдены при тогдашнем уровне экспериментальной техники. Например, закон Галилея о свободном падении тел верен, только если отсутствует сопротивление воздуха (например, если наблюдать падение в сосуде, из которого выкачан воздух). Шекспир, стоявший обеими ногами на почве реального опыта, писал:

И как тяжеловесные предметы,
Когда их бросишь, с быстротой летят,

...

А согласно закону, найденному Галилеем, перышко и ядро падают с одинаковой скоростью. И сам Галилей понимал несоответствие его закона реальному опыту. Он вовсе не изучал экспериментально реальное свободное падение (хотя иногда и говорит об опытах с падающими с башни предметами). Часто, когда Галилей говорит об эксперименте, он имеет в виду то, что современные физики называют «мысленным экспериментом». Так, он предлагает наблюдать падение тел в средах все более «податливых», надеясь так приблизиться к точному закону — но он не говорит, как такие опыты ставить. Или же он ставил другие эксперименты, при которых можно было бы наблюдать движение на коротких интервалах, когда сопротивление воздуха сказывается меньше. Вообще же он ставил данные опыта неизмеримо ниже математической теории. Например, писал, как его восхищают создатели гелеоцентрической теории (Коперник и Аристарх Самосский), не побоявшиеся пойти против очевидных показаний своих органов чувств.

Тем более эти аргументы относятся к «закону инерции» — ведь он постулирует бесконечное движение по прямой — явление в принципе никак не наблюдаемое (как и тело, на которое не действуют никакие силы).

Точка зрения многих современных историков науки такова: поразительный прорыв в науке, начавшийся в XVII в. явился результатом слома старых представлений о пространстве и вселенной. Он основан как раз на отказе от того, что дает повседневней опыт, что мы «видим своими глазами» (например, что солнце движется по небу) и на смелом применении экспериментально принципиально не наблюдаемых понятий. Основным таким понятием было понятие бесконечного пространства — ведь реально мы способны наблюдать лишь маленькую часть его. А только в бесконечном пространстве возможно неограниченно продолжающееся прямолинейное движение, о котором говорится в «законе инерции». Насколько я знаю, эта точка зрения была впервые (и очень ярко) аргументирована американским исследователем Е. Бертом, а позже разработана рядом исследователей, из которых наиболее известным стал выходец из нашей страны А. Койре.

До XVII в. большинством ученых была принята и подтверждена авторитетом церкви концепция, сформулированная, в принципе еще Аристотелем, согласно которой мир конечен, ограничен сферой, на которой расположены звезды, а вне этой сферы нет ничего — ни времени, ни материи, ни пустоты. Все пространство заполнено, каждая точка — место положения какого-либо тела. В центре сферы, ограничивающей мир, расположена неподвижная Земля. Кроме того, внутри этой сферы находится еще ряд сфер с центром в Земле и все сферы вращаются, это вращение вечно, неизменно и равномерно. На этих сферах расположены Солнце, Луна и планеты. Всего сфер 56. Взаимное вращение сфер было подобрано так, что объясняло видимое движение планет. (Вариантом этой системы была система Птолемея, о которой мы скажем позже.) Самая близкая к Земле сфера — та, на которой расположена Луна. Она разделяет мир на две части, в которых действуют совершенно разные законы. В надлунном пространстве господствует вечно неизменное движение. В подлунном пространстве господствует изменение, возникновение и уничтожение. Каждое тело имеет свое естественное место и естественно движется к нему: тяжелые тела движутся по направлению к Земле, легкие — от нее.

Вся Вселенная есть олицетворение порядка и красоты. “Космос” по-гречески значит “красота” (одним из производных этого слова является слово “косметика”). Один современный исследователь предлагает переводить это слово по-русски как «лепота».

Эта идея Космоса была разбита в XVII веке и заменена радикально отличной идеей: пространство бесконечно, однородно во всех его частях и во всех направлениях и в принципе пусто, лишь отдельные места иногда занимают определенные тела. Тело в таком пространстве может двигаться бесконечно, без воздействия на него каких-либо сил. Естественно, эта система не могла основываться на экспериментах — т.е. это была некая математическая абстракция и привычное нам физическое пространство переосмысливалось как абстрактное.

Изложенная выше система взглядов выражается в словах Галилея:

> *Философия написана в величайшей книге природы, всегда раскрытой перед нашими глазами, но эту книгу нельзя понять, не научившись сперва понимать ее язык и не изучив знаки, которыми она написана. А написана она на языке математики, и ее знаки — это треугольники, окружности и прочие геометрические фигуры, без которых человеческому пониманию ни одно ее слово не доступно.*

Обычно эти слова понимали в том смысле, что изучение физики невозможно без применения математики. Но в книге, опубликованной в 1925 г., Е. Берт дал новое и более глубокое их толкование. Он считает, что Галилей предложил изучать не физику объемлющего нас пространства, а ту, в которой отсутствуют такие физические явления, как трение, сопротивление воздуха и т. д., то есть физику не в реальном мире, а в воображаемом геометрическом мире. Потом туда можно перетащить и сопротивление воздуха, но пренебречь целым рядом других факторов, действующих в реальном мире, так что общий принцип остается прежним. Только математически описанная реальность обладает истинной достоверностью, а реальность, улавливаемая органами чувств, сомнительна и изменчива. Физика становится математичной и поэтому явления — вычислимы и предсказуемы.

Аристотелевская теория — это попытка объединить все факты естествознания на основе повседневного опыта и здравого смысла. Но в некоторых случаях приходилось идти на компромиссы, так как последовательно это провести трудно и, вероятно, не всегда возможно. Например, Аристотель высказывал естественное с точки зрения здравого смысла утверждение, что каждое движение должно иметь причину. И формулировал это в резкой форме — если тело движется, значит его что-то тянет или толкает. Однако такой формулировке противоречило движения брошенного рукой камня или выпущенной из лука стрелы. Для объяснения подобных явлений в разное время предлагались более или менее логичные объяснения, но постепенно эта система взглядов становилась все сложнее и все менее естественной.

Новая физика XVII века решает проблему, порывая с интуицией и отказываясь от реального опыта, то есть перемещает все физические явления в абстрактное пространство и время. Это и явилось одним из факторов успеха. Таким образом физика в принципе поглощается «математической физикой» (хотя методы, применявшиеся в XVII в., с современной точки зрения элементарны: — этому сейчас учат в старших классах средней школы — тогда это была вершина математической мысли). То есть успех был достигнут за счет отказа от физики повседневного опыта и замены ее некоторой абстракцией. Не удивительно, что это легче и на таком пути успехов является все больше. Утрируя такую точку зрения, можно было бы назвать всю физику, начавшуюся с XVII в., «подгонкой под ответ», когда трудную, но реальную задачу заменяют более простой абстракцией. Это и есть критика русского философа Лосева, изложенная в еще более парадоксальной форме:

> *Говорят: идите к нам, у нас — полный реализм, живая жизнь, вместо ваших фантазий и мечтаний откроем живые глаза и будем телесно ощущать все окружающее, весь подлинный и реальный мир. И что же? Вот мы пришли, бросили «фантазии» и «мечтания», открыли глаза. Оказывается — полный обман и подлог. Оказывается: на горизонт не смотри — это наша фантазия, на небо не смотри — ибо никакого неба нет, границы мира не ищи — никакой границы тоже нет, глазам не верь, ушам не верь, осязанию не верь... Батюшки мои, да куда же это мы попали? Какая нелегкая нас занесла в этот бедлам, где чудятся только одни пустые дыры и мертвые точки? Нет, дяденька, не обманешь. Ты, дяденька, хотел с меня шкуру спустить, а не реалистом меня сделать. Ты, дяденька, вор и разбойник.*

Именно эти слова Лосева процитировал Каганович в 1930 году на XVI съезде ВКП(б), как пример того, как плохо у нас еще поставлена бдительность. Скоро Лосев был арестован и отправлен в лагерь, откуда вернулся почти слепым...

Что же представляет собой 400-летнее триумфальное шествие естествознания? Неужели просто «полный обман и подлог» — по словам Лосева? Если весь успех был в том, чтобы заменить реальный мир изучением своих «мечтаний» и «фантазий», — то есть более простых абстракций, — то ведь это похоже на фокус карточного шулера, подсовывающего фальшивую карту! Конечно и Лосев так не считал, а лишь указывал, в парадоксальной форме, на некоторые опасности одностороннего абстрактно-теоретического восприятия мира.

В громадном числе случаев результаты чисто абстрактных теорий — «мечтания» и «фантазии» — позже настолько точно подтверждались экспериментом, что это никакой «подгонкой» под теорию объяснить невозможно. Например, древнегреческие математики много занимались кривыми, которые были названы коническими сечениями, то есть эллипсами, гиперболами и параболами. Евклид в III в. до н.э. посвятил им целую книгу. А в XVII в. н.э., то есть 2000 лет спустя, Кеплер установил, что планеты движутся по эллипсам (кометы движутся также по гиперболам и параболам). Несколько позже Ньютон доказал, путем математического вычисления, что эта форма их орбит вытекает из закона тяготения.

Вот более близкий к нам пример. В 1929 году английский физик П.Дирак вывел уравнение движения электрона, отвечающее требованиям теории относительности. Для этого он ввел новые математические величины, называемые «спинорами». Позже выяснилось, что эти величины были введены из чисто математических соображений на 50 лет раньше английским математиком В. Клиффордом. Уравнение Дирака приводило к следствиям, казавшимся сначала парадоксальными. Именно, оно описывало, кроме электрона, и другую частицу, имеющую ту же массу, но противоположный заряд. Причем вероятность перехода одной частицы в другую — положительна, так что если существует одна, то должна существовать и другая. Некоторое время это считалось странным дефектом уравнения, пока не была высказана смелая гипотеза, что такая частица существует. Вскоре она была экспериментально обнаружена в космических лучах. Теперь она называется позитроном.

Имеется громадное число подобных совпадений результатов чисто математических теорий и физических наблюдений. Многие физики и математики обращали внимание на эту загадку. По-видимому, имеется таинственный параллелизм между интеллектуальным миром математических и физико-математических рассуждений — и реальным наблюдаемым миром. Это один из главных выводов, которые можно сделать из всей предшествующей истории попыток человечества познать Космос. Но нам не известны границы такого параллелизма. Лосев в парадоксальной форме обращает внимание на трудности и опасности, возникающие, если исключительно (или непропорционально) опираться на рационально-интеллектуальный путь познания мира. Мы позже вернемся к этому вопросу.

3. Научная революция VI в. до н.э.

Мы видели, что в XVII веке происходит столкновение двух систем мира, одна сменяется другой. Этот переворот станет немного яснее, если посмотреть на происхождение аристотелевской системы. Его система была тоже результатом научной революции, произошедшей в Древней Греции в VI — III в.в. до н.э.

Начало этого научного переворота приходится примерно на VI в. до н.э. — вообще поразительную эпоху в духовном развитии человечества. В это время в Индии появились Буддизм и Индуизм. В Китае — Конфуцианство, которое и по сей день остается главной идеологической основой китайской культуры. В Персии — религия Заратустры (двух сил: разрушения и созидания, борьбы двух богов: Ормузда и Аримана). В библейской традиции это начало движения пророков. В древней Греции — возникновение греческой философии, в рамках которой и возникли идеи той научной революции, которую мы обсуждаем. Никаких соображений, объясняющих одновременное появление совершенно новых концепций во всей Евразии — от Китая до Греции — предложено, по-видимому, не было. Но зато ученые нашли удачное название для этой поразительной эпохи — ее стали называть «осевым временем».

В Древней Греции VI в. до н.э. послужил началом грандиозного интеллектуального движения. Тогда эта деятельность называлась философией, но по содержанию своему была близка тому, что мы сейчас называем естествознанием.

Именно в ту эпоху возникла, по-видимому, концепция «законов природы», лежащая в основе естествознания и по сей день. Возникшие тогда идеи уходят корнями в греческую мифологию, которая дошла до нас через мифологическую поэзию. В поэме «Теогония» греческого поэта Гесиода, написанной в VIII или VII в. до н.э., изображается война древних богов — Титанов, рожденных Землей и Небом, с поколением новых богов, потомков Времени (Кроноса), во главе с Зевсом. Эти новые боги связаны как раз с законами, управляющими миром. О них говорится:

Голосами прелестными Музы
Песни поют о законах, которые всем управляют,
Добрые нравы богов голосами прелестными славят.

Древних же богов можно скорее соотнести с миром, в котором «каждое явление следует своему закону». Гесиод описывает космическую битву:

Заревело ужасно безбрежное море,
Глухо земля застонала, широкое ахнуло небо
И содрогнулось; великий Олимп задрожал до подножья...

И когда бы увидел
Все это кто-нибудь глазом иль ухом услышал,
Всякий, наверно, сказал бы, что небо широкое сверху
Наземь обрушилось....

Благодаря молниям, подвластным Зевсу, новые боги побеждают старых:

Подземь их сбросили столь глубоко, сколь далеко от неба...
Там и от темной земли и от Тартара, скрытого в мраке,
И от бесплодной пучины морской, и от звездного неба
Все залегают один за другим и концы и начала,
Страшные, мрачные.

Эти мысли развивает трагик Эсхил, писавший в V веке. В трагедии «Прометей» он описывает одного из Титанов — Прометея, страдающего от гнева Зевса, распятого на скале. Хор поет:

Новый миру дав закон,
Зевс беззаконно правит.
Что было великим, в ничто истлело.

Зевс свирепый, Зевс пасет мир,
Произвол в закон поставив
Зевс пасет копьем железным
Древних демонов и чтимых.

Согласно Эсхилу и традиции, правление Зевса и новых богов не несет блага людям. Прометей говорит:

Едва он на престоле сел родительском,
Распределять меж божествами начал он
Уделы, власти, почести: одним — одни,
Другим — другие. Про людское горькое
Забыл лишь племя. Выкорчевать с корнем род
Людской замыслил, чтобы новых вырастить.
Никто не заступился за несчастнейших.
Один лишь я отважился! И смертных спас!

Более того, Прометей дал людям огонь, украв его у Зевса. Вообще, Прометей предстает учителем людей в искусствах и ремеслах, он

мысль вложил в них и сознанья острый дар,

то есть является учителем культуры (такой образ встречается в мифах многих народов; он называется в этнографии «Культурным героем»). Это, собственно, и есть причина гнева Зевса. Но более того, Прометею известна тайна будущего Зевса: господство его не вечно и на вопрос:

Но кто же у него отнимет скиптр владычества?

Прометей знает ответ:

Сам у себя, замыслив безрассудное.

Из этого мифологического субстрата в VI веке начинают выделяться более логически оформленные концепции, потом дают начало потоку новых идей и наблюдений, составляющих научную революцию VI — III в.в. до н.э. Перечислим наиболее принципиальные научные концепции этой эпохи. Иногда высказывались и противоречащие друг другу точки зрения, велись споры. Но так обстояло дело и в научной революции XVII — XX в.в. н.э. (например, споры о том, что такое свет — поток частиц или волны — продолжались до XX века).

Итак, вот перечень основных идей:

Земля ни на что не опирается, она висит в пространстве и не падает, так как ей столько же оснований падать вниз, сколько и вверх. Земля — круглая. Приблизительно верно были определены размеры Земли и расстояния от Земли до Луны и Солнца. Было обнаружено суточное вращение земли.

Солнце и Луна — раскаленные камни размером со всю Грецию. Позже — Солнце больше Земли. Но существовала и точка зрения, что они — одушевленные существа.

Мир бесконечен. Но и наоборот: мир конечен и ограничен сферой, вне которой ничего нет.

Гелиоцентрическая система (Земля и планеты вращаются вокруг Солнца). Но также и геоцентрическая система (Солнце и планеты движутся вокруг неподвижной Земли).

Было дано правильное (с современной точки зрения) объяснение солнечных и лунных затмений.

Была высказана гипотеза об атомном строении вещества.

Дискутировался вопрос, можно ли естествознание (в основном, физику) основать на математике. Можно ли физические явления свести к числам или геометрическим понятиям, например, треугольникам и т.д.? Или они больше похожи на наши чувства — гнева или страха? Первую точку зрения отстаивал Платон, вторую — его ученик Аристотель.

В математике была создана концепция строгого доказательства и вывода всех утверждений из нескольких аксиом. Стройная система теорем геометрии, как она до сих пор преподается в школе, была построена в эту эпоху. Были открыты идеи интегрирования и дифференцирования, основы того, что сейчас называется интегральным и дифференциальным исчислением.

Новые идеи были высказаны и в изучении живой природы. Например, что все животные возникли в океане и лишь потом вышли на сушу. Была открыта нервная система и ее роль в передаче ощущений и т. д.

Вот краткая хронология появления этих идей (все даты — до н.э.).

Приблизительно 600 г. Фалес: идея эволюции мира (все произошло из воды). Идея строгого доказательства в математике.

Приблизительно 550 г. Анаксимандр: Происхождение мира через остывание раскаленного ядра. Земля, ни на что не опираясь, висит в пространстве. Расстояние от Земли до Солнца примерно равно 27 диаметрам земли. Происхождение животных из океана.

Приблизительно 530 г. Пифагор и основанная им школа пифагорейцев: создание сохранившегося до современности представления о характере математического исследования. (Более поздний греческий математик писал о вкладе Пифагора в математику: «Он изучал эту науку, исходя от первых ее оснований и старался получить теоремы при помощи чисто логического мышления, вне конкретных представлений».) Решение, на основе строгого доказательства, вопросов, которые раньше в математике не ставились (например, существование иррациональных чисел, иррациональность $\sqrt{2}$). Математичность мира: вещи существуют «по подражанию числам». Шарообразность земли.

500 — 428 гг. Анаксагор: Солнце и звезды — раскаленные камни, Солнце — больше Пелопоннеса. На Луне есть горы и долины. Объяснение солнечных и лунных затмений.

460 — 380 гг. Демокрит: мир состоит из атомов и пустоты. «Все в мире происходит по необходимости» (крайняя формулировка концепции законов, детерминизм).

Около 400 г. Пифагорейцы: Земля и Солнце вращаются вокруг единого центра.

427 — 347 гг. Платон: основные элементы, из которых построен мир — геометрические фигуры. Не занимаясь математикой, нельзя изучать философию (естествознание).

384 — 322 гг. Аристотель: создание универсальной картины мира, включившей некоторые из выдвинутых ранее идей, а некоторые отвергшей.

IV в. Ученики Платона: описание движения планет через вращение сфер; суточное вращение Земли.

Примерно 280 г. Аристарх Самосский: гелиоцентрическая система.

Примерно 280 г. Эратосфен и Аристарх Самосский: определение длины земной окружности, расстояния от Земли до Солнца и Луны.

287 — 212 гг. Архимед: понятия интегрирования и дифференцирования; статика тел и жидкостей (на строгой математической основе).

В конце III в. Аполлоний предлагает другой вариант описания видимого движения Солнца и планет. Каждая из них движется по кругу (эпициклу), центр которого движется по кругу, имеющему центром Землю. Позже на основании этой концепции Птолемей построил теорию, дающую очень точное описание движения планет и сама система стала называться Птолемеевской. В Средние века была принята система некоторым образом соединяющая Птолемеевскую и ту, которую изложил Аристотель — мы не будем говорить о ней подробнее.

Напомним, как и раньше, основные исторические события, приходящиеся на тот же период.

Примерно 600 г. Возникновение в Греции множества небольших городов — государств (среди них — Афины). Такие же греческие города — колонии в Малой Азии и на прибрежных ей островах (Фалес, Анаксимандр, Пифагор, Анаксагор были родом из таких колоний). Одновременно на Востоке вырастает громадная Персидская мировая империя.

490 — 480 г.г. Греко-персидские войны. Союз маленьких греческих государств отражает нападение великой персидской державы.

V в. Расцвет культуры в Афинах. (Платон был родом из Афин, Анаксагор и Аристотель провели там большую часть жизни.)

431 — 404. Междоусобная война между греческими государствами (Пелопоннесская война). Конец расцвета Афин.

IV в. Ослабление греческих государств в результате междоусобных войн и подчинение Греции северному соседу — Македонии.

334 — 323. Походы Александра Македонского (Аристотель был его воспитателем). Объединив силы Македонии и большинства греческих государств, Александр разгромил персидскую державу и создал империю, охватывавшую Грецию, Малую Азию, Египет, Персию, Месопотамию, часть Индии и Средней Азии. После его смерти империя распалась на несколько частей.

IV — III в.в. Эллинизм. На обломках империи Александра Македонского создаются государства, в которых происходит объединение местной традиции с греческой культурой. (Аристарх Самосский, Эратосфен, Аполлоний и Архимед жили в таких эллинистических государствах.)

Конец III в. Начало завоевания эллинистических государств Римом (Архимед был убит при захвате римлянами греческого города Сиракузы в Сицилии).

Конечно, III в. до н.э. служит концом этого периода несколько условно (как и XVII в. н.э. — началом научной революции Нового времени). Развитие естествознания продолжалось и дальше, но больше как развитие уже созданных концепций. Невиданный поток новых идей кончился.

Возвращаясь к истории развития научной мысли, мы видим, что в античности были выдвинуты многие идеи, впоследствии, более чем на 2000 лет позже, легшие в основу научной революции XVII века. Но они не вошли в состав «аристотелевской» системы мира. Тогда была сделана попытка построить картину Космоса, учитывающую основные известные факты, но основывающуюся на принципах, вытекающих из повседневного реального опыта. Конечно, она утвердилась не из-за авторитета Аристотеля (как он ни был велик), а потому, что соответствовала основным нормам мышления, принципам древнегреческого, римского и позже — христианского средневекового общества. Не укладывающиеся в нее положения были оттеснены на периферию сознания, не получили всеобщего признания, хотя были известны знатокам. Можно считать, что древнегреческое общество как бы «обдумало» (применяя этот термин к целому обществу лишь по аналогии) имеющиеся альтернативы и практически сознательно отклонило идеи, позже двигавшие научную революцию XVII в. (Также стоит отметить, что она не произошла в Индии, Китае и Византии.) Видимо, эти идеи требовали слишком резкого отрыва от реального опыта, противопоставления человека природе. Вероятно, мыслители того времени ощущали некоторые опасности и трудности, связанные с направлением, возобладавшим в XVII в. Безусловно, такой выбор был связан с громадной жертвой — он резко затормозил развитие естествознания, начиная с III в. до н.э. Как говорит один историк, естествознание тогда внезапно остановилось в своем развитии, как бы натолкнувшись на невидимую стеклянную стену (вряд ли из-за внешних причин, так как, например, в математике выдающиеся достижения относятся даже к III в. н.э.). К тому же, развитие новых идей таким образом не было предотвращено — оно только было отодвинуто. С XVII в. н.э. они стали развиваться взрывообразно. Произошла «научная революция», которая уничтожила «старый мир» так же, как это делает революция социальная (только в духовном и интеллектуальном плане). Теперь, после четырех веков этой революции мы более отчетливо видим опасности, связанные с ее идеями — в то время, как мыслители античности могли их лишь интуитивно предчувствовать.

4. Естественно-научное мировоззрение в современности

Развитие событий показало, что, условно говоря, — «аристотелевское» — неприятие принципов будущей научной революции XVII века имело определенные основания. Эти принципы приводят к своим проблемам, которые связаны с вопросом об области их применимости. Уже в XVII веке возникает кардинальный вопрос: какова область применения этих принципов? Сначала казалось очевидным, что это — область неживой материи. Этой областью, например, ограничиваются «Основы» Ньютона в первом издании. Но во втором издании — 1713 г. — появляется, в конце, «Общее поучение». В нем сказано много интересного об этих вопросах, в частности:

> *Теперь следовало бы кое-что добавить о некоем тончайшем эфире, проникающем все сплошные тела и в них содержащемся, коим возбуждается всякое чувствование, заставляющее члены животных двигаться по желанию, передаваясь именно колебаниями этого эфира от внешних органов чувств мозгу, и от мозга мускулам. Но это не может быть изложено вкратце, к тому же нет достаточного запаса опытов, которыми были бы точно определены законы действия эфира.*

Здесь явно содержится заявка на то, что на основании принципов, на которых построены «Начала» возможно построить теорию ощущений и деятельности нервной системы животных и человека. Не хватает только места и еще некоторых опытов.

Но это явно вызывало сомнения у самого Ньютона. В «Оптике» и при подготовке последующих ее изданий Ньютон вставлял «Вопросы» (или «Сомнения»), некоторые из которых так и не были напечатаны, но сохранились в рукописях. Среди них есть такие:

> *Подтверждает ли эксперимент, что биение вашего сердца заимствует откуда-то столько же энергии, сколько сообщает крови? Если это так, сообщите ваш эксперимент. Если нет — то ваши сведения не надежны. Рассуждения, не основанные на экспериментах, весьма обманчивы.*

или такое:

> *Разве опыт показывает, что человек своей волей не может сообщить новое движение своему телу?*

Тем не менее, развитие науки и исследования самого Ньютона способствовали распространению механистического взгляда на мир. В XVIII в. его идеи пропагандировали во Франции идеологи «просветительского» направления, более всего — Вольтер. Для них это был аргумент в пользу того, что Богу остается все меньше места в мире, это было частью их борьбы с Католической церковью и стало духовной подготовкой Французской революции. После нее, в XIX в. те же идеи стали популярны во многих учениях о человеческом обществе. В начале XIX века было очень популярно учение Сен-Симона, утверждавшего, что он открыл законы развития человеческого общества, основной из которых аналогичен закону всемирного тяготения (но в чем заключается этот основной закон, оставалось неясным). Влияние взглядов Ньютона видно и в том, что Сен-Симон предлагал, чтобы человечество управлялось единым правительство — «Высшим Ньютонианским советом», состоящим из десяти лучших представителей естественных наук с математиком во главе, а по всему миру в храмах происходило бы поклонение Ньютону. Соперником Сен-Симона был Фурье, тоже декларировавший, что в основе его системы лежит «закон страстного влечения», аналогичный закону всемирного тяготения. Он уверял, что общество развивается на основе «геометрических принципов», «свойств эллипсов, гипербол и парабол», но они нигде не формулируются, вместо этого мы встречаем совершенно фантастические рассуждения. Марксизм объявил себя «научным социализмом», а своих предшественников — «утопистами», хотя они также претендовали на «научность». В марксизме этот стиль «под науку» выдержан гораздо удачнее. В «Капитале» Маркса действительно имеются формулы, вроде

$$\text{Т} - \text{Д} - \text{Т}'$$

но это совсем другая формула, чем, например, формула, выражающая закон свободного падения: в нее нельзя подставить конкретные числа, преобразовать ее по математическим правилам и вывести новые следствия.

Вопрос о том, могут ли принципы естественно-научной идеологии, как они были сформулированы в начале статьи, быть применены к живому организму, человеку и человеческому обществу, имеет важное значение. Ведь объект, изменения которого могут быть точно математически рассчитаны, функционирует с предопределенностью машины. Образ Вселенной как машины использовался еще Коперником, он пользуется термином «Мировая машина». Кеплер писал:

> *Моя цель — показать, что мировая машина подобна не божественному организму, но, скорее, часовому механизму.*

Наш вопрос часто так и формулируют: являются ли животные и человек машинами? Например, Декарт утверждал, что животные являются машинами, и, хотя признавал у человека душу, не раз сравнивал человеческий организм с часовым механизмом, а позже Ламметри написал книгу «Человек — машина». Но что мы признаем машиной, к тому и относимся как к машине. Машине нельзя соболезновать, жалеть ее. К машине не применимы понятия ответственности, вины. Машину бессмысленно наказывать, ее можно только чинить или пускать на слом. Поэтому, когда идеология современного естествознания применяется ко всем частям природы, из этого проистекает взгляд на Природу как на бездушный материал, с которым можно делать все что угодно. Но человек сам — часть природы и такое отношение рано или поздно обращается против него.

Например, в естествознании укоренился взгляд о допустимости любых экспериментов над животными (ведь эксперимент — важнейшая составляющая естественно-научного мышления). Так, Павлов получил большинство своих результатов о рефлексах при помощи экспериментов над собаками и поставил памятник собаке с надписью:

Собака с радостью приносит себя в жертву интересам науки.

Подобные эксперименты часто вызывали протесты, на которые возражали, говоря, что эксперименты над животными дают сведения, драгоценные для медицины. Но тогда для экспериментов нужны животные, наиболее близкие к человеку. В результате переходят к экспериментам над обезьянами, которые при этом от боли кричат и плачут как люди. Но и обезьяны не совсем совпадают с людьми. И вот все время появляются слухи об экспериментах над людьми, при которых их согласие не получено (например, над душевнобольными) или вынуждено (в случае заключенных).

То же относится и к обществу. Я встретил, например, в одной книге название главы:

Марксизм, как и всякая наука, имеет право на эксперимент.

Оставляя даже в стороне вопрос, является ли марксизм действительно наукой, мы видим, как одна ссылка на авторитет науки оправдывает постановку эксперимента, угрожающего существованию целых народов. И действительно, идеология марксизма связана с постановкой эксперимента над целыми народами. Об этом неоднократно говорили не только противники, но и сторонники марксизма. Например, в эпоху, когда в нашей стране реализовались марксистские концепции, их сторонники часто говорили о «блистательном социальном эксперименте». Таким же экспериментом были и экономические реформы, осуществленные в нашей стране в начале 90-х годов. Один из их руководителей сравнил их с экспериментом, проводимым под наркозом без согласия пациента.

Но есть и другая, еще более серьезная сторона вопроса. Особенность Научной Революции XVII — XX в.в. заключается в том, что достижения науки немедленно находят применения в технике, почему и укоренилось название Научно-Техническая Революция (НТР). Это дало человеку неслыханную власть над миром. Широко известно, что эта власть привела к так называемому экологическому кризису — разрушению окружающей среды. Например, из приблизительно 2 000 000 видов живых существ (растений и животных), обитающих на земле, сейчас один вид гибнет каждый час. Это грозит в близком будущем сокращением числа видов на 20% и нарушением равновесия биосферы. Сейчас уже погибла больше чем половина лесов на планете, которыми она дышит, так что Земля сейчас подобна существу, у которого ампутировано одно легкое. Или, промышленная деятельность выбрасывает в атмосферу такие газы, как метан и углекислый газ, создающие так называемый «парниковый эффект», приводящий к потеплению атмосферы. По заключениям комиссии ООН, за ближайшие десятилетия ее температура повысится в центральных районах Земли на 3° С, а в северных — на 8°. Подобное повышение температуры последний раз наблюдалось 120 000 лет тому назад, когда оно происходило за несравненно больший промежуток времени, так что природа имела время к нему приспособиться.

Таких примеров множество. Все это не случайные, побочные эффекты научно-технического развития. Наоборот, это — логическое следствие планомерного и универсального применения принципов естественно-научного мышления, как они сложились начиная с XVII в. Еще в самом начале этого века писал Ф.Бекон, оказавший громадное влияние на развитие естествознания не своими научными трудами (их, собственно, не было), а идеологическими сочинениями. Например, все окружение, в котором работал Ньютон (имевшее центром «Лондонское Королевское Общество»), состояло из «беконианцев». И вот Бекон сформулировал цель науки как «господство над природой», выдвинул лозунг «победить природу». Он писал, что эксперимент — это насилие над природой с целью вырвать ее тайны, что природу надо пытать, пока она не выдаст свои секреты. С другой стороны, когда Галилей сформулировал свой основной принцип: «измерить все, что измеримо и сделать измеримым то, что неизмеримо», то этим он оставил вне пределов естественно-научного мышления такие переживания, как сострадание, страх, гнев, эстетические переживания, этические нормы... С общепринятой теперь точки зрения они должны считаться малонадежным способом контакта с внешним миром. Человечество до сих пор пользуется их руководством (например, не рассматривается экономическая выгода проекта умерщвления всех стариков, старших 60 лет), но скорее по инерции, чем на основании сознательной уверенности. Крупнейший биолог XX в. Конрад Лоренц говорит, что вопрос о моральности тех или иных действий имеет смысл только если они направлены на нечто живое, иначе речь может идти лишь об их целесообразности. Современный же человек в своей деятельности все реже сталкивается с чем-либо живым, поэтому он отучается от оценки своих действий с точки зрения их нравственности или гуманности и оценивает их лишь с позиции целесообразности. «Вот почему,— пишет Лоренц,— когда он встречается с чем-либо живым, он его быстро уничтожает».

Есть ряд других явлений, указывающих на то, что развитие естественно-научного мышления, начавшееся научной революцией XVII в., сейчас приводит к ситуации кризиса. Так, отличительным признаком современной цивилизации, основанной на НТР, считается ее «динамичность». Под этим подразумевается не только стремительный темп ее развития, но и то, что она иначе не может развиваться: современная цивилизация имеет устойчивость катящегося велосипеда. Конкретнее это означает, что решая некоторую проблему, она создает взамен несколько других, которые опять решает, создавая еще больше новых и т.д. Например, концентрация населения в больших городах создает жилищную проблему, которая решается путем роста городов, от чего возникают транспортные проблемы, которые решаются массовым выпуском автомобилей и дорожным строительством, что приводит к уменьшению площади обрабатываемой земли, загрязнению воздуха выхлопными газами и нехватке горючего. Современная же техника неразрывно связана с развитием естествознания — например, атомную бомбу делало то же поколение физиков, которое создало квантовую механику (в Германии «атомный проект» возглавлял создатель квантовой механики Гейзенберг). Но развитие естествознания замедляется на наших глазах. Если в первой половине XX в. возникли такие радикально меняющие картину мира области, как теория относительности, квантовая механика и генетика, то во второй половине века мы ничего подобного не встречаем. Когда сейчас говорят о последних успехах человечества, обычно упоминают спутники или компьютеры. Но это не относится к естествознанию, не есть открытие новых законов природы!

Это замедление явно ставит под угрозу динамическую устойчивость всей современной цивилизации.

Можно даже усмотреть более глубокие корни проявляющегося кризиса. Сама «логика» живой природы отлична от логики рационального, естественно-научного мышления. В живой природе основную роль играет ее организация в циклы, открытые Ю. Либихом и иногда называемые «циклами Либиха». Например, трупы и отходы животных поглощаются бактериями, бактерии являются основой роста растений, растения поедаются животными. Живая природа состоит из сотен тысяч таких циклов. Именно организация в циклы обеспечивает то, что в природе поглощается все, что производится. Наоборот, логическое мышление состоит из цепи силлогизмов, соединенных как бы в прямую линию. Когда в рассуждении образуется цикл — вывод совпадает с предпосылкой — это считается грубой ошибкой, «порочным кругом». Наоборот, вмешательство технологической деятельности в природу приводит к разрыву «циклов Либиха», что выражается, например, в накоплении непоглощенных отходов.

Таким образом, человек строит картину мира, в которой ему не находится места. Прежде всего, просто как живому существу. Но и в более глубоком смысле, как существу мыслящему и духовному. Цитированный нами уже выше философ Лосев сказал:

> *Читая учебник астрономии, чувствую, что кто-то палкой выгоняет меня из собственного дома и еще готов плюнуть в физиономию. А за что?*

Процесс сращивания науки и техники проявляется не только во влиянии науки на технику, но и в обратном направлении. В науке используются все более мощные и дорогие технические средства: грандиозные ускорители, даже не помещающиеся на территории одной страны, мощные компьютеры. На науку приходится тратить заметную часть бюджета государства — сопоставимую с затратами на армию. Эти средства надо планомерно распределять, то есть наука становится администрируемой. Успех в ней зависит от доступа к ее техническому оснащению, который находится в руках администраторов. Уменьшается роль индивидуального таланта, озарения и увеличивается роль финансирования и организации. Это меняет характер самой науки.

Как не сопоставить весь этот кризис с «проклятьем Прометея», предсказавшего богу нового мышления, подчиняющего Космос диктату законов, что его власть у него отнимет не кто иной как он

Сам у себя, замыслив безрассудное.

Конечно, древнегреческие мыслители не могли конкретно предвидеть экологический кризис и другие последствия технического прогресса и всеобъемлющего применения естественно-научной идеологии. Но они, вероятно, чувствовали, что некоторые концепции, возникавшие тогда в естествознании (философии) по необходимости вырывают человека из природы и противопоставляют его ей. Призыв «победить природу» т.е. воспринять себя как ее врага показался бы им просто кощунственным. Такова, возможно, была мотивировка «аристотелевского тормоза», замедлившего развитие естествознания на 2 000 лет.

В заключение изложим одно оптимистическое соображение. Собственно говоря, это неверно, что во второй половине XX в. не возникло новых, ярких областей естествознания. Одна такая область безусловно появилась — наука о поведении животных (этология). Главную роль в создании новой области естествознания играл Конрад Лоренц. Этологами были выделены два пути взаимодействия животных с внешним миром: наследуемые инстинктивные действия и приобретаемое научением поведение, основанное на понимании (в чем-то аналогично разделению человеческой психики на бессознательную и сознательную часть). Проанализировано, как тонко распадается конкретное действие (например, построение гнезда или охота) на цепь отдельных действий такого типа. Обнаружены поразительные действия, связывающие животных (и их группы) — так называемые ритуалы. Исследованы сообщества животных и силы, их соединяющие. Достигнуто понимание того, каким образом некоторые животные воспринимают друг друга индивидуально, когда определенное животное в жизни другого не может быть заменено никаким другим. Проведен и множество конкретных исследований, включая открытие «языка пчел», которым пчела, найдя медоносный участок, сообщает его местоположение другим пчелам улья.

Все эти исследования дали много для понимания человека и человеческих обществ. Причем не за счет «низведения человека до уровня животного», в чем вначале упрекали этологов. Наоборот, стало ясно, как много элементов поведения, которые мы считаем человеческими, присущи животным.

Но это оказалась естественная наука совершенно нового типа. Она не основана на расчетах, не ищет рассчитываемых, выражаемых в числах закономерностей. В ней не меньшую роль, чем эксперимент, играет прямое наблюдение, часто длительное пребывание с определенным видом животных. Эта наука не требует сложной и дорогой аппаратуры. Она мало зависит от ее финансирования. Сенсационные открытия делались, когда ученый наблюдал за плавающими по пруду гусями или утками, а единственным прибором были маскирующие его ветви.

Быть может, здесь мы видим один из путей выхода из кризиса НТР. Можно было бы надеяться, что это — начало нового подхода к изучению живой природы, в принципе не сводящее ее к действию типа машины. Это могло бы стать началом создания более уравновешенной картины Природы, в которой ее живая и неживая часть изучаются, исходя из их специфики, не подчиняя ни одну из них закономерностям другой. Такой подход потребовал бы радикального изменения теперешних взглядов, когда «научной» считается лишь точка зрения, копирующая физику или математику (как бы она ни была неестественна в данной конкретной области). Неясной представляется даже граница, отделяющая живое от неживого. Например, Платон считал живым Космос. Ньютон считал живой Землю, в одном неопубликованном отрывке он сравнивает ее с огромным растением, которое дышит эфиром. А ведь то, как человечество воспринимает мир, определяет то, как оно относится к себе и, в конечном счете, ход его истории.

Заключение

Как видно из предшествующего, развитие естествознания в Новое время оценивается по-разному. Существуют две точки зрения, каждая из которых, конечно, имеет множество вариантов. В самой крайней форме первая точка зрения утверждает, что все это развитие есть «полный обман и подлог», трагическая ошибка или даже грех западной цивилизации. Вторая же утверждает, что это был самый блестящий период развития естествознания, так как оно стало на единственно приемлемую для науки почву: вопрошание природы при помощи объективного эксперимента и логическое осмысление его результатов.

Обе точки зрения очень не новы. «Способствовал ли прогресс наук и искусств улучшению нравов или же содействовал порче их?» — таково было название трактата Руссо, о котором Вольтер написал ему: «Прочитав Вашу книгу, мне захотелось встать на четвереньки и убежать в лес». Жозеф де Местр считал, что Ф. Бекон и Декарт были злыми демонами европейской цивилизации, что они подготовили Французскую революцию. Вторую же точку зрения многократно высказывали как научные творцы, так и идеологи естественно-научной революции: Галилей, Ф. Бекон, Декарт...

Сейчас, в связи с наступлением экологического кризиса, первая точка зрения вновь обращает на себя внимание, часто заново ярко и резко формулируется (см. например работы А. Лапина и М. Жутикова в списке литературы) — в то время, как в XIX веке она воспринималась как чисто нигилистическая.

И все же сердце физика-математика вряд ли может принять взгляд на развитие, например, физики начиная с XVI в. (Коперник!) как на вредоносную ошибку. Так же, думаю, как сердце историка не приемлет концепцию Морозова, согласно которой вся история, предшествовавшая IV в., фальсифицирована. Причем в случае физики это неприятие имеет глубокое внутреннее основание. Причина в том, что все строение «математизированной» физики поразительно красиво. В нем, как в зеркале, отражаются красивейшие разделы математики (симплектическая геометрия, теория комплексных аналитических многообразий, алгебраическая геометрия). Такой аргумент может показаться «ненаучным», он апеллирует к чувствам. Но как раз в XX веке человечество совершило самые трагические ошибки, следуя общим концепциям (расовым или классовым) и заглушая наивные непосредственные чувства: жалости и отвращения к насилию. Видимо, непосредственные субъективные чувства являются гораздо более надежным руководителем в жизни. В том числе, эстетическое чувство.

К тому же причину современного экологического кризиса исследователи указывают по-разному. Одни видят ее в специфике абстрактного естественно-научного мышления, другие — во всеобъемлющей технизации жизни. Л. Уайт даже усматривает причину в христианстве (особенно западном), лишающем мир и природу их ценности.

Кажется несомненным, что некоторой своей стороной современный кризис (и не только экологический) связан с основными категориями естественно-научного мышления. А принятие нового взгляда на мир неизбежно ведет к его реализации в практической деятельности. Но на что конкретно можно указать как на тот «обман и подлог», о котором писал Лосев? Его видят и в принципе математизации естествознания, и в самом характере научного мышления, и в использовании моделей и абстракций. Тогда возникает вопрос — когда же возникла эта опасная тенденция? Мне представляется, что интеллектуальный переворот, произошедший в античности, был не менее радикален, чем НТР XVII—XX в.в. Представим себе, например, Землю, на которой мы живем, по которой путешествуем и в которую уходим. Можно поверить, что она покоится на каких-то фантастических слонах или гигантской черепахе.... Но вместо этого сказать, что «Земля висит в пространстве и не падает, так как ей столько же оснований падать вниз, сколько и вверх»! Это значит — заменить материальную опору земли логическим принципом симметрии. Сравнительно с этим «Коперниканская революция» является меньшим разрывом с традиционным мышлением. А язык, в котором пластичное восприятие действительности заменяется формализованным аппаратом слов и фраз — еще более древний и глубокий шаг в абстрактное, аналитическое мышление. Не говоря о письменности — это уж наполовину созданная алгебра. Даже если бы жизнь убедила человечество в ложном характере всех этих тенденций, сомнительно, чтобы оно было способно вернуться так далеко назад и отказаться от них. Ведь даже авторы, наиболее радикально высказывающиеся в этом направлении, сами мыслят аналитически, используют модели и абстракции.

Я и решился составить эту сводку соображений, в основном давно высказанных, чтобы еще раз привлечь внимание к фундаментальному комплексу вопросов, как мне кажется, далеко не разрешенных человечеством. А может быть и неразрешимых окончательно для человека.

Литература

[1] А. Койре. Очерки истории философской мысли. М. 1985.

[2] Burtt E. A. The metaphysical foundations of modern physical science. London. 1925.

[3] Павленко А. Н. Европейская космология. М.1997.

[4] Гесиод. Теогония. В книге: Эллинские поэты. М.1963.

[5] Эсхил. Трагедии. М.1937.

[6] К. Лоренц. Оборотная сторона зеркала. М. 1998.

[7] И. Р. Шафаревич. Сочинения. Т.3, Ч.1. Математическое мышление и природа. М. 1996.

[8] А. Лапин. Наука и природа. «Наш современник». 1991. №8.

[9] М. Жутиков. Доброкачественна ли цивилизация? «Москва». 2000. №3.

[10] White Lynn Jr. Animals and Man in Western Civilization. В сб. "Animals and Man in Historical Perspective". NY — London. 1974.

Игорь Ростиславович Шафаревич,
академик, советник РАН

Устойчивое развитие — миф или реальность?

А. А. Воронин

Введение

Современная цивилизация с ее огромными техническими достижениями, быстрыми темпами роста, высокой разрушительностью и огромными масштабами последствий технологических, экологических, социальных катастроф ставит перед наукой новые задачи гармонизации общественного развития, прогнозирования и управления. Оптимистическая надежда математического моделирования семидесятых годов в построении глобальной модели экономики, сменившаяся в восьмидесятых осторожным пониманием невозможности сколько-нибудь полного ее описания, закончилась в девяностых растерянностью и практическим отсутствием какого-нибудь значимого прогноза.

Вдруг сделавшаяся явной сложность и открытость нашего общества, возросшие темпы его изменения показали полную непригодность имеющихся моделей глобального развития. Оказалось, что более или менее адекватное описание удается получить только тогда, когда общество ведет себя как простая замкнутая система.

Предсказание “внезапных” переходов от стабильности к хаосу и перестройке, направление, скорость и масштаб структурных изменений — все это сегодня не только не решенные, но даже и фактически не поставленные задачи математического моделирования общественно-экономических систем. Налицо необходимость обрастания новыми подробностями имеющегося каркаса теории развития, состоящего из законов диалектики, дарвиновского отбора и самозарождения “порядка из хаоса”.

Возможное направление дальнейшего развития этой теории, указанное в Хартии международной конференции 1992 г. в Рио-де-Жанейро, — это идея так называемого “устойчивого развития”, т.е. развития без катастроф, своего рода “гармоничный путь к гармонии”, подразумевающий поддержание равновесия между главными подсистемами земной цивилизации: экономической, экологической, социально-культурной. К сожалению, эта замечательная концепция пока не носит характера закона или научной теории. Вызывает сомнения ее универсальность, объективность и повторяемость, да и механизм ее реализации не совсем ясен. Интуитивное и сугубо индивидуальное ощущение гармонии позволяет также по-разному интерпретировать и сам термин “устойчивое развитие”.

Вот лишь некоторые из известных автору определений устойчивого развития: состояние стабильности с медленным изменением всего в “лучшую” сторону; равновесие между некоторыми подсистемами (перечень которых варьируется); устойчивость в математическом смысле некоторой выделенной траектории (типа ляпуновской или орбитальной); социальное устройство сталинского или брежневского образца, социализма “с человеческим лицом”, западного постиндустриального общества. Такой смысловой плюрализм ведет к полной дискредитации этого понятия, а дисгармония ежедневного существования — к постепенному забвению самой концепции.

Возможно, сформулированная в Рио-де-Жанейро концепция выражает проявление некоторого закона на уровне мировой системы в целом. Для поиска же ее сущностного содержания и лежащих в ее основе универсальных закономерностей необходимо, прежде всего, определение исходного понятия “устойчивое развитие”, дающего возможность более глубокого изучения механизмов, лежащих в основе развития систем.

1. Большие системы: устойчивость через неустойчивость

Согласно известной модели развития, взаимодействие системы с внешней средой, связанное с появлением в ней новых элементов и связей, приводит к ее отклонению от равновесия, т.е. к возникновению флуктуаций, которые в свою очередь могут привести к разрушению или структурной перестройке всей системы в сторону упрощения или усложнения. Последнее возможно при условии потребления системой внешнего ресурса, т.к. поддержание более сложной структуры требует и больших энергетических затрат, поэтому установившийся в системе тип организации в значительной мере зависит как от ее свойств, так и от внешней среды.

Таким образом, в поведении сложной системы естественным образом присутствуют как периоды стабильности, характеризующиеся постоянством ее структуры и накоплением лишь количественных изменений, так и периоды бифуркаций, переводящих ее в качественно новые состояния.

Может быть, “устойчивым развитием” следовало бы назвать состояние стабильности системы, сопровождающееся ростом “благоприятных” и уменьшением “неблагоприятных” показателей? Но такое определение не приводит к ответам на вопросы: когда и чем закончится период стабильности, и, главное, почему “одинаковое” устойчивое развитие может заканчиваться по-разному.

Анализ различных определений устойчивости показывает, что в наиболее общем виде это свойство означает сопротивляемость среде, т.е. сохранение системой своих свойств при изменении внешних условий. Различают два вида устойчивости: устойчивость состояния (сохранение близости к некоторому выделенному состоянию) и устойчивость структуры (сохранение главных структурообразующих связей). Сильная флуктуация означает потерю устойчивости состояния из-за наличия в системе “положительной” обратной связи, усиливающей некоторые возникающие при взаимодействии с внешней средой возмущения. Бифуркация (перестройка структуры) означает потерю структурной устойчивости системы, т.е. разрушение ее главных системообразующих связей.

Такие определения устойчивости (которую можно назвать “статической”), исчерпывающие для замкнутых систем, вряд ли будут достаточными для активно взаимодействующих с внешней средой и постоянно изменяющих свое состояние и структуру больших открытых систем. Дополняющее определение устойчивости открытых иерархических систем должно исходить из непрерывности структурных перестроений как единственно возможного способа их существования и характеризовать их внутреннюю организацию с точки зрения способа этих перестроений.

Такая "динамическая" устойчивость должна характеризовать способность этих систем сохраняться в процессе практически непрерывных структурных изменений.

С этой точки зрения наиболее существенной особенностью внутреннего строения больших открытых систем является структурированность, т.е. индивидуальный и, как правило, неединственный иерархический способ организации и связей подсистем, обладающих специфичностью характеристик и определенной степенью замкнутости. Каждая из этих подсистем, в свою очередь, является также большой системой со своими собственными периодами стабильности и перестроек. Периоды стабильности большой открытой системы (т.е. периоды сохранения ее главных системообразующих связей) почти никогда не являются таковыми для составляющих ее подсистем и отмечены моментами их "локальных" бифуркаций.

Каждая "успешная" локальная бифуркация (т.е. завершившаяся образованием более сложной структуры) продлевает стабильность внешней подсистемы, и, таким образом, стабильность всей системы сохраняется до тех пор, пока ее подсистемы (ценой своей структурной перестройки) не позволяют флуктуациям перейти порог устойчивости системы в целом.

Однако так происходит только в том случае, если внутренние подсистемы статически менее устойчивы, чем внешние, т.е. их главные связи разрушаются при меньшей величине флуктуации, чем аналогичные связи соответствующих внешних подсистем. В противном случае система может разрушиться при сохранении ее более устойчивых подсистем, которые при этом либо разрушаются вместе с ней, либо образуют новые более простые системы.

Устойчивость состояния, являясь в простой замкнутой системе лишь необходимым условием ее структурной устойчивости, в большой открытой системе находится с последней в более сложной связи. В самом деле, устойчивость состояния большой системы достигается уменьшением масштаба ее флуктуаций посредством перестройки ее подсистем, т.е. ценой потери их структурной устойчивости. И наоборот, продолжительное сохранение структуры всей системы ведет к нарастанию флуктуаций, то есть к потере устойчивости ее состояния.

Таким образом, устойчивость и неустойчивость — качества, присущие любой открытой иерархической системе на любом этапе ее развития, и устойчивость большего всегда достигается ценой неустойчивости меньшего.

Сказанное аргументирует целесообразность введения следующих определений.

Определение 1. *Связь a называется более прочной (относительно заданного множества флуктуаций), чем связь b, если связь a разрушается при большей величине каждой флуктуации (из заданного множества), чем связь b.*

(Если все связи системы A более прочны, чем все связи системы B, то A структурно (статически) более устойчива, чем B.)

Определение 2. *Открытая иерархическая система называется динамически устойчивой (относительно заданного множества флуктуаций), если структурообразующие связи ее высшего уровня более прочны, чем аналогичные связи всех подсистем непосредственно подчиненного ему уровня (т.е. все самые крупные подсистемы статически менее устойчивы, чем система в целом).*

Определение 3. *Степенью динамической устойчивости системы (относительно заданного множества флуктуаций) называется количество идущих подряд иерархических уровней (начиная с высшего), занимаемых динамически устойчивыми подсистемами.*

(Если хотя бы одна из подсистем некоторого иерархического уровня динамически неустойчива, то весь уровень следует признать динамически неустойчивым.)

Определение 4. *Абсолютно динамически устойчивой (неустойчивой) (относительно заданного множества флуктуаций) называется такая система, каждая подсистема которой является динамически устойчивой (неустойчивой).*

Для иллюстрации этих определений на рис. 1 приведены примеры диаграмм устойчивости некоторых систем. Статическая устойчивость характеризуется величиной, а динамическая — взаимным расположением порогов устойчивости ее подсистем различных иерархических уровней. (Для простоты и лучшей наглядности на каждом уровне изображен только один порог.) Система (a) — абсолютно устойчива; системы (b) и (c) — просто устойчивы, причем (b) более устойчива, чем (c); системы (d) и (f) — неустойчивы, причем (f) — абсолютно неустойчива.

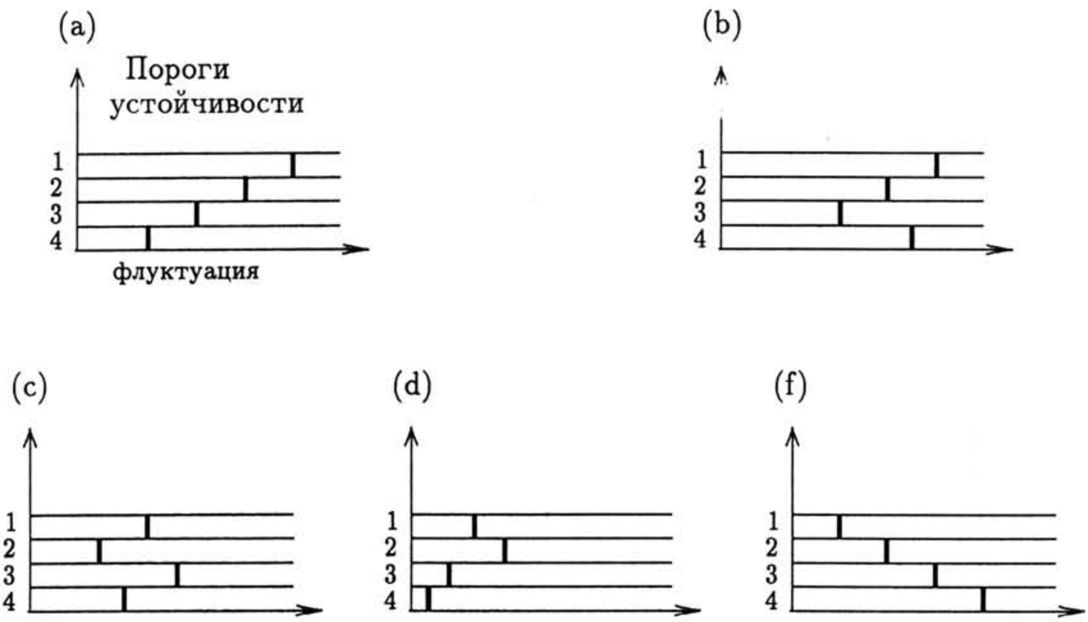

Рис. 1.

Наличие у больших систем нескольких типов структурированности усложняет ситуацию межструктурным взаимодействием, которое, меняя величины порогов устойчивости, сохраняет в целом общую картину, поэтому приведенные выше определения могут относиться как к отдельно взятой структуре, так и к их совокупности.

Введем важные для наших целей понятия мягкости и жесткости динамически устойчивой системы, характеризующие вид ее реакции на возникшую флуктуацию. Свойство мягкости означает способность системы к структурным изменениям (в своих подсистемах) при сравнительно небольшой величине флуктуации, тогда как жесткость означает ее способность к сохранению всех структурных связей при достаточно большой величине флуктуации. Меру жесткости или мягкости можно определить, например, как относительную величину "порогового коридора" на рис. 1 (относительного расстояния между крайними порогами): чем шире "коридор", тем мягче система.

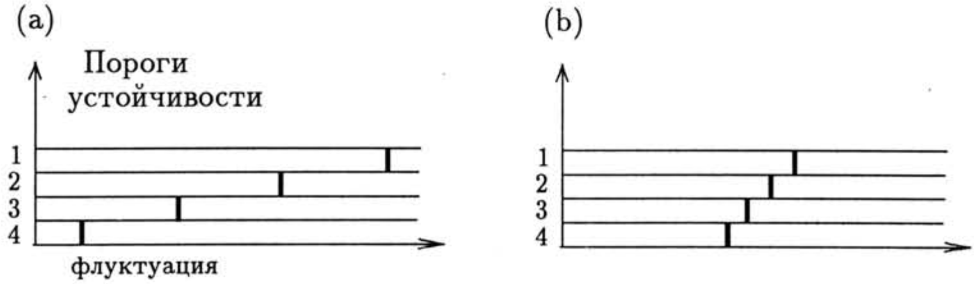

Рис. 2.

На рис. 2 приведены диаграммы устойчивости двух абсолютно устойчивых систем (a) и (b), но при этом (a) мягче (b), поскольку пороги устойчивости ее подсистем расположены в более широком «коридоре».

Противодействие изменениям системы путем "структурной консервации", очевидно, ведет к увеличению ее жесткости. При этом по мере нарастания флуктуаций возникает вероятность одновременной потери статической устойчивости сразу всех подсистем и разрушения системы.

Согласно же нашим определениям, чем более динамически устойчивой и мягкой является система, тем чаще происходят в ней локальные бифуркации, и тем более "локальна" каждая бифуркация, т.е., чем раньше происходят усложняющие структуру перестройки во внутренних подсистемах, тем больший запас динамической устойчивости приобретают внешние подсистемы и система в целом. При этом каждая внутренняя подсистема статически менее устойчива, чем включающая ее внешняя, и многообразие состояний, неравновесность и неустойчивость усиливаются от высших подсистем к низшим. Чем больше случайности и неоднородности на самом низком уровне системной иерархии, тем выше, в конечном счете, способность системы к самоструктурированности, т.е. тем выше степень ее динамической устойчивости.

2. Устойчивое развитие — способ существования больших систем

Понятие развития как процесса усложнения структуры с целью повышения адаптации (т.е. в наших терминах — процесса повышения динамической устойчивости) относится, по существу, только к сложным открытым системам, и их устойчивое развитие естественно определить как последовательность повышающих динамическую устойчивость структурных изменений.

Степень устойчивости развития можно оценить по длительности периода перестройки, степени хаотизации и вынужденного упрощения системы. Чем сильнее уменьшается динамическая устойчивость системы и ее сложность, чем длительнее период упрощения структуры, выше степень ее хаотизации, тем, очевидно, менее устойчивым является развитие. Таким образом, степень устойчивости развития определяется с одной стороны величиной внешнего воздействия, а с другой — степенью динамической устойчивости и мягкости самой системы, а также величиной доступного ей избыточного ресурса.

Устойчивое развитие *Неустойчивое развитие*

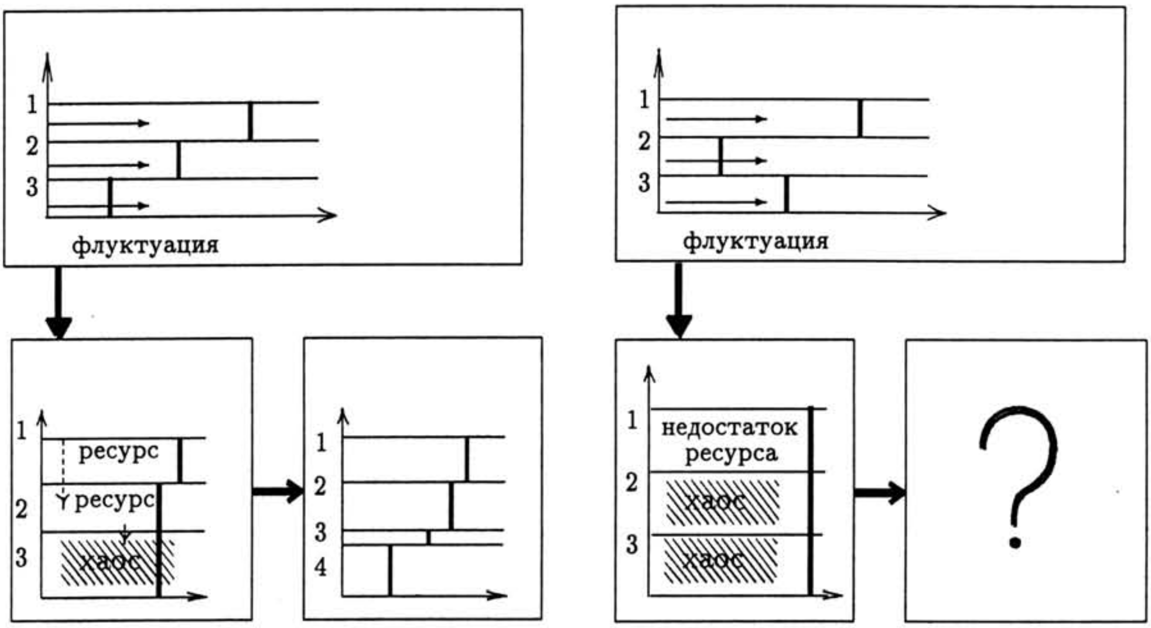

Рис. 3

В сильно динамически устойчивой мягкой системе по мере нарастания флуктуации первыми разрушаются самые внутренние подсистемы небольшого масштаба и сложности, требующие для своей структурной перестройки сравнительно меньшее количество дополнительного ресурса и в сравнительно меньшей степени хаотизирующие систему в целом. Такие локальные бифуркации протекают быстрее, незаметнее и, как правило, имеют своим итогом усложнение подсистем. (Механизм повышения динамической устойчивости в результате перестройки, по-видимому, заключается в выделении в составе подсистемы менее статически устойчивых внутренних подсистем, выполняющих индикативные функции.) Такое развитие является устойчивым и характеризуется повышением степени динамической устойчивости, сложности и мягкости системы.

И, наоборот, в динамически слабо устойчивой системе первыми начинают перестраиваться подсистемы достаточно высокого иерархического уровня, ввергая в опасность хаоса и разрушения все свои подсистемы. При этом высока вероятность хаотизации и других структур системы. Для таких перестроек требуется гораздо больше времени и ресурса, поэтому они характеризуются длительными периодами хаоса, структурного упрощения и понижения степени устойчивости и мягкости системы. Такое развитие, очевидно, следует признать неустойчивым.

Означает ли сказанное, что устойчивость развития — привилегия сильно динамически устойчивых систем, а слабоустойчивые — обречены на неустойчивое развитие? И да, и нет. В случае одинаковых свойств устойчивости системы длительность и разрушительность периода перестройки обратно пропорциональны количеству ее избыточного ресурса, и, если система получает достаточное его количество извне (т.е. функционирует как подсистема некоторой внешней системы), то степень неустойчивости ее развития может быть значительно снижена. Кроме того, структурное многообразие системы может в некоторой степени сглаживать статическую и динамическую неустойчивость одних структур за счет статической или динамической устойчивости других.

Структурное многообразие повышает устойчивость развития и вследствие другого механизма. В самом деле, некоторая подсистема (или ее часть) может входить в различные структуры на разных иерархических уровнях, и, таким образом, участвуя в преобразовании одной из структур, "мягко подстраивать" и другую без глобального кризиса последней.

С другой стороны, даже абсолютно динамически устойчивые системы в случае очень сильных неблагоприятных внешних воздействий могут переживать хаотизацию крупных подсистем. Важно и то, что динамическая устойчивость системы может падать вследствие "естественных" причин. Действительно, как показано ранее, динамическая устойчивость внешней системы тем выше, чем ниже статическая устойчивость внутренней. Следовательно, внешняя система увеличивает свою статическую и динамическую устойчивость путем изъятия избыточного ресурса последней. (Заметим, что концентрация ресурса на высших иерархических уровнях — одна из главных причин существования систем.) В результате сдвига "влево" порога устойчивости внутренней подсистемы уменьшается ее как статическая, так и динамическая устойчивость, и, как следствие, теряется способность к самостоятельному развитию. Так, в результате "естественного" перетекания избыточного ресурса "снизу-вверх", усиливающего статическую устойчивость "больших" за счет "меньших", уменьшается сложность, а, следовательно, и динамическая устойчивость системы.

Другим фактором понижения динамической устойчивости является глобализация системной структуры, т.е. ее усложнение за счет вовлечения ранее изолированных относительно замкнутых больших подсистем, что, естественно, может привести к дестабилизации всей системы.

3. Устойчивость развития социально-экономических систем

Существуют ли специфические свойства общественных систем, отличающие их развитие от развития сложных биологических и физико-химических?

Конечно, социально-экономические системы отличаются значительно большим многообразием структур, их гибкостью и динамичностью, постоянной сменой типов структурированности. Однако главное их отличие состоит в сознательной активности их элементов (индивидуумов и социальных групп), преследующих собственные цели и созидающих саму структуру общества (при большем или меньшем осмыслении ее целесообразности). Свойство рефлексивности достигает в общественных системах качественно новой ступени развития, позволяющей говорить о самосозидании посредством самопознания.

Развитие производительных сил общества и накопление его богатства приводит к постоянному росту темпов изменения условий жизни каждого нового поколения. В отличие от биологических систем, где время жизни отдельного организма ничтожно по сравнению с периодом стабильного существования вида, постоянно уменьшающиеся временные отрезки проявления случайности и изменений в человеческом обществе стали уже существенно короче длительности человеческой жизни. Эволюционируя от "царства насилия" (человека над природой, социума над личностью, сильного государства над слабым), в котором свобода на высшем уровне достигалась ограничением свободы на низшем (и поэтому таила в себе неустойчивость и опасность социальных катастроф) к "царству свободы", в котором взаимозависимость и разнообразие связей делают основным рычагом управления согласование интересов, современное общество уже достигло степени сложности, несовместимой с существованием простых систем. Способ существования живой материи — самоорганизация — достигает в нем качественно нового уровня реализации — на уровне отдельной личности во всех ее общественных отношениях, и, следовательно, необходимые условия самоорганизации — открытость, неравновесность, нелинейность, многообразие структур и обратных связей, естественный отбор — становятся способом существования всех структур и систем современного общества. Даже его простейший структурный элемент — индивидуум — становится сложной социальной системой, и осознание этого факта приводит к выделению гуманитарного критерия степени устойчивости социума как степени реализации в нем личностного потенциала, выступающего в качестве условия, обеспечивающего максимум разнообразия и неравновесности и, в то же время, создающего возможность образования структурированности и упорядоченности (т.е. индивидуального, личностного, внутренне мотивированного, и, следовательно, свободного поведения) на низшем уровне общественной структуры. На личностном уровне бифуркация из социальной катастрофы превращается в проблему индивидуального выбора, личностной перестройки, и, таким образом, только движение общества в направлении расширения индивидуальной свободы и возможности личностной реализации является его устойчивым развитием, сопровождающимся повышением степени его динамической устойчивости.

Сформулированный гуманитарный критерий степени устойчивости общества, показывая принципиальную невозможность формализации этой проблемы и ее сведения к математическим задачам оптимизации, дает, вместе с тем, методологическую основу ее изучения как проблемы вечного поиска гармонии и сбалансированности всех сторон человеческой жизни, достижения обществом максимальной степени реализации творческого потенциала личности при данном уровне общественного богатства.

Все существовавшие и существующие общественные системы, в определенном смысле отвечают этому критерию оптимальности в конкретных обстоятельствах "места и действия": при данном уровне материального развития, непрерывности культурной и исторической традиции, внешних условий. Действительно, решение проблемы жизнеобеспечения, т.е. статической устойчивости, отодвигает на второй план проблему развития. Однако непрерывное изменение внешних условий и накапливающиеся изменения в самой системе, разрушающие достигнутую гармонию, заставляют искать компромисс или равновесие между существованием и изменением, то есть между статической и динамической устойчивостью.

Геополитические условия, вызвавшие к жизни тоталитарный тип русского государства как главный фактор устойчивого развития русского этноса, мобилизующий его путем подавления других форм общественной жизни, предопределили тем самым и его неустойчивость в XX веке. Рожденная российским кризисом "диктатура пролетариата" — замкнутая упрощенная форма социального устройства — явилась ответом слабоустойчивого изолированного общества на индустриальный вызов XX века.

Переживаемый Россией в настоящее время процесс индустриального кризиса и втягивания в периферию информационного общества характеризуется двумя главными тенденциями. Это — самопроизвольный распад старых общественных структур в направлении сверху-вниз от надгосударственного "социалистического лагеря" и Советского Союза до индивидуального личностного мировоззрения и медленное самозарождение новой основы общественных отношений в направлении снизу-вверх от отдельной личности и малых общностей до государства в целом. Способ сегодняшнего развития нашего общества — вынужденное фрагментарное изменение с целью самосохранения в быстро изменяющейся среде, протекающее хаотично, неосознанно и неэффективно — создает, очевидно, невысокий запас динамической устойчивости. Поэтому решение проблемы устойчивого развития — нахождение баланса между статической и динамической устойчивостью, т.е. рациональной степени децентрализации структуры большой открытой системы, стимулирующей ее саморазвитие и в то же время обеспечивающей целостность и безопасность в изменяющихся внешних условиях — является актуальной задачей науки и управления, а поиск лежащих в ее основе универсальных закономерностей — актуальной задачей математического моделирования.

Можно ли в обозримом будущем ожидать какого-то успеха? Насколько известно автору, в настоящее время более или менее развита теория лишь двухуровневых организационных систем, где проблема развития вообще не имеет места. Теория многоуровневых иерархических систем делает сейчас только свои первые шаги. Некоторую надежду дает возможность компьютерного эксперимента, результаты которого могли бы помочь созданию понятийного аппарата, гипотез, а затем и теорем математической теории устойчивого развития.

Воронин Александр Александрович,
проректор Волгоградского Государственного Университета,
профессор, д.ф.-м.н.

Физика снова присматривается к основам химии. На этот раз глазами молекулярной спектроскопии

Л. А. Грибов, В. А. Дементьев

Немного истории. Чуть-чуть смешной, чуть-чуть печальной

В иерархии естественных наук физика занимает самый нижний уровень. Поэтому её называют фундаментальной наукой. Куда уж ниже фундамента? Правда, и на это сумел возразить Станислав Ежи Лец: «Когда мы, наконец, опустились на самое дно, мы услышали, что снизу стучат».

И в своём развитии физика пытается расширяться в двух направлениях. Спускаясь всё ниже и ниже по уровням сложности природных объектов, физика прислушивается, кто это там стучит снизу? Кто это там устроен ещё элементарней, чем элементарные частицы? Какими бы еще более простыми и фундаментальными законами природы объяснить известные законы, которые ещё вчера сами занимали почётное место фундаментальных? В эту сторону очень трудно двигаться. Движение есть, но очень медленное.

Поднимаясь всё выше и выше по уровням сложности природных объектов, физика присматривается к таким сложным объектам, какие ещё вчера были ей, физике, не по зубам. Ещё вчера эти объекты были родными для химии и биологии. Ещё вчера химики объясняли поведение этих объектов своими фундаментальными законами. Например, свойства окислов элементов вот так меняются вдоль рядов периодической системы Менделеева. Ещё позавчера биологи утверждали: потомки наследуют признаки родителей вот по таким дискретным законам. А сегодня оказалось, что и периодичность свойств элементов, и дискретность генетических событий объясняется действием одного и того же фундаментального физического закона — принципа Паули.

В этом направлении физика развивается очень быстро. Черты современного естествознания во многом определяются как раз этим быстрым продвижением физических моделей и методов исследований в более сложные области знания. Это продвижение оказывало настолько сильное впечатление на естествоиспытателей, что провоцировало их в разное время на разные максималистские высказывания. А какие имена!

Физик Дирак утверждал, что с открытием квантовой механики химия становится ненужной вовсе. Ибо стало понятно, как устроен атом, как устроена молекула.

Химик Малликен предсказывал, что после того, как вычислительные успехи квантовой механики привели к появлению квантовой химии, все химики дружно бросятся к компьютерам и перестанут работать в химических лабораториях. Ибо проще и дешевле рассчитать физические параметры химического соединения, чем добывать их из сложного химического эксперимента.

Химик Дьюар сказал, что химия из науки превращается в упражнение по теории возмущений. Это значит, что особенности химических соединений можно предсказывать путем вычислений, так же, как в небесной механике с помощью теории возмущений предсказывают точные положения тел в Солнечной системе. Ведь оказалось, что давно разработанные механиками приёмы теории возмущений можно с успехом применять в квантовой химии.

Высказывания очень красивые по форме, но, как оказалось, слабые по содержанию. Современному молодому химику смешно, когда он слышит эти высказывания корифеев. Несмотря на все успехи физической квантовой теории и прикладной квантовой химии, в многочисленных химических лабораториях мира исследователи проводят бесчисленные химические реакции, чтобы получить новую, более богатую информацию об известных веществах. И чтобы затем на основе этих знаний спроектировать и получить новые вещества с наперёд заданными свойствами. Так получаются новые лекарства и новые полимеры. Уже синтезированы проводящие и даже сверхпроводящие органические вещества.

Современные химики очень интенсивно пользуются физическими методами исследования химических соединений. С помощью квантово-химических расчётов они прогнозируют свойства новых соединений с предполагаемой структурой. Но когда расчёт подтвердил, что соединение с данной структурной формулой может обладать соблазнительными свойствами, химики пользуются своими, чисто химическими средствами и методами, чтобы спланировать и осуществить синтез нового вещества. А происходит так из-за того, что между физическим прогнозом свойств вещества и реальным новым химическим соединением лежит пропасть в виде длинной цепочки сложных химических реакций. Химики заполняют эту пропасть своим трудом и искусством.

Потому-то современное естествознание числит один и тот же объект — химическое соединение — по двум разным ведомствам. Атомы и слепленные из них молекулы обладают определёнными физическими свойствами. Эти свойства понятны из физических теорий, их можно рассчитать и предсказать физическими методами. Такое доступно физикам, они этим и занимаются. Их трудами охотно пользуются химики, поскольку физические свойства атомов и молекул легко и с пользой укладываются в фундамент химических знаний. Но атомы и молекулы обладают свойством вступать друг с другом в реакции. Физики понимают, что реакция — это кратковременная танцевальная партия, в конце которой танцевавшие атомы берутся за руки и составляют совсем не те группы, которые они составляли перед началом танца. Физики сейчас не в силах точно описать, как именно ведёт себя в этом танце каждый атом, не в силах предсказать, чем такой танец кончится. Поэтому химические реакции и реакционные свойства молекул числится по ведомству химии. И современная физика сумела понять, что это надолго. Почему это так — объясним в следующем разделе.

А пока резюмируем сказанное в данном разделе. Физика много раз присматривалась к молекуле и к собственным возможностям, пытаясь подвести под химию фундамент физических законов. Это удалось сделать в части физических свойств изолированных атомов и молекул. В части механизма химических реакций этого сделать не удалось. И поэтому не удалось превратить химию в раздел прикладной физики. Химия осталась самостоятельным разделом естествознания. Но убедилась, что от физики ей бывает много пользы.

Что умеет физика в мире атомов и молекул

Физика провозглашает, что любые системы микрочастиц, составляющие наш материальный мир (а это атомы, молекулы, полимеры, живые и неживые кристаллы), устроены по одному и тому же принципу. Принцип такой:

Все микрочастицы имеют электрические заряды и потому либо сильно притягиваются, либо сильно отталкиваются друг от друга. Горсть противоположно заряженных частиц (электроны и ядра) составляют устойчивую электрически нейтральную систему (атом, молекулу и так далее) далеко не всегда. Для этого необходимо, чтобы каждое ядро создавало для окружающих его электронов потенциальную яму, в которой этим электронам жилось бы уютнее, чем в других частях пространства. Это значит, что электроны как-то снуют в такой яме, обладая меньшей полной механической и электрической энергией, чем обладали до попадания в данную яму. В свою очередь, каждое ядро находится в потенциальной яме, которую ему вырыло электронное облако, состоящее из ближайших к ядру непрерывно снующих в пространстве электронов. Это значит, что ядра как-то снуют в такой яме, обладая меньшей полной механической энергией, чем обладали до попадания в данную яму. В целом, полная механическая и электрическая энергия всей совокупности микрочастиц получается меньше, чем у этой горсти противоположно заряженных частиц (электронов и ядер) до того, как они встретились и вырыли друг другу такие уютные потенциальные ямы.

Возникает вопрос — как предугадать конфигурации этих потенциальных ям и характер распределения частиц в пространстве, чтобы обеспечить требование минимума полной энергии микросистемы? Если мы сумеем это сделать, то тем самым докажем возможность существования данной химической конструкции. Это нынче называется дизайном вещества. Когда-то дизайном вещества по интуиции занимался Творец. Теперь таким творчеством занимается химик не без помощи физика. Ибо физики-основоположники квантовой механики разработали простые правила, руководствуясь которыми, можно заниматься такими предсказаниями. С большим или меньшим успехом. Правила такие:

Механическая жизнь любой микрочастицы правильно описывается некоторой волной, которая математически описывается так называемой волновой функцией. Что это за волна — никто не знает и не понимает. Но если правильно записать для конкретной частицы в конкретном физическом окружении такую функцию, то о поведении частицы становится всё известно. Всё — это громко сказано, поскольку о частице ничего нельзя сказать, кроме вероятности обнаружить её в той или иной части пространства. Природа не позволяет нам знать о частице ничего другого. Но раз так, то мы правы, говоря, что о поведении частицы становится всё известно. Оказывается, квадрат амплитуды волновой функции как раз и определяет вероятность попадания частицы в данную точку пространства. А вероятность в ряде случаев можно определить экспериментально и тем самым проверить, правильно ли была угадана форма волновой функции.

Как угадать вид волновой функции? Надо для данной совокупности микрочастиц составить волновое уравнение с граничными условиями, определяемыми всем физическим окружением данной системы. Правила, как составлять такое уравнение, известны. Туда, например, входит всем известный закон Кулона. Обычно уравнение получается очень сложным, и ещё более сложным делом является поиск его решения. Этим делом как раз и занимается квантовая химия. Мы не будем лезть в эти сложности. Нам сейчас важна принципиальная сторона дела — задавшись набором частиц и некими физическими условиями, можно составить волновое уравнение. Можно решить это уравнение. И за все эти сложности получить приз — решение уравнения состоит не только из волновой функции, но ещё содержит и значение энергии. Это энергия, соответствующая данной волновой функции.

Итак, собрав богатую информацию о наборе микрочастиц в будущей системе и о законах их взаимодействия, мы в ответ получаем тоже богатую информацию — как снуют частицы в данной системе и какую энергию имеет при этом система. Более того. Как правило, сложная микросистема может обладать не одним значением энергии, а многими, причём каждому значению энергии соответствует своя волновая функция. Этим и определяется богатство жизни микромира — одна и та же система (атом, молекула, кристалл) может жить по-разному, в разных стационарных квантовых состояниях. Состояния отличаются энергиями и тем, как танцуют в пространстве все микрочастицы, которые в системе держатся друг за дружку. Ещё очень важно, что некоторые состояния реализуются более охотно, с большей вероятностью, а некоторые маловероятны.

Эти состояния природа не позволяет наблюдать непосредственно. Она позволяет наблюдать только переходы между состояниями. Если микросистема переходит из одного состояния в другое, то либо поглощается квант энергии, либо излучается квант энергии. Он равен разности энергий двух таких состояний. Вот эти кванты и можно регистрировать с помощью спектрометра. Спектроскопия — это единственный метод, который позволяет отслеживать переходы между различными состояниями одной и той же микросистемы и судить о всём наборе возможных энергий, присущих данной системе. Более того, из спектров довольно просто можно увидеть, какие переходы более, а какие менее вероятны. Это говорит о вероятностях реализации самих состояний. Отсюда понятно, почему и физики и химики сегодня пользуются услугами молекулярной спектроскопии. Физики предсказывают, какие волновые функции и соответствующие энергии реализуются в заданной химиком системе микрочастиц. Волновые функции никогда не наблюдаются. С помощью молекулярной спектроскопии наблюдают разности между энергиями системы в различных состояниях. Сравнивают наблюдаемые разности с предсказанными. Если получается хорошее совпадение, то убеждаются, что и химик правильно предположил существование данной системы, и физик дал правильную картину всех возможных состояний данной системы. Вот что даёт спектрохимическая методика исследования вещества.

Больше, к сожалению, ничего узнать нельзя. Хотя, можно получить и весьма полезный отрицательный ответ. Решение волнового уравнения может быть и таким — данная система микрочастиц не может существовать в устойчивом состоянии, она обязательно разлетится. Дизайн не состоялся, такого урода в природе быть не может.

Резюмируем. Физик нынче, в принципе, способен помочь химику в дизайне вещества. Химик предполагает, что интересующее его вещество имеет такой-то состав. Физик составляет волновое уравнение и получает (если решение существует) информацию обо всех возможных состояниях движения частиц в молекуле этого вещества и о соответствующих энергиях. Полученные результаты проверяются и уточняются спектрохимическим методом, который даёт максимально возможную информацию о строении молекулы вещества. Такая информация весьма помогает химику в его дальнейших размышлениях о реакционной способности данного вещества. Опыт такой совместной работы показал, что физический метод дизайна вещества весьма надёжен. В частности, предсказываемые квантовой физикой формы органических молекул прекрасно согласуются с известными правилами структурной химии. Так что, на помощь квантовой физики химия может смело полагаться.

Что отсюда следует?

Отсюда следует крупная неприятность для органической химии. Впрочем, к этой неприятности органическая химия давно морально готова.

Дело в том, что любая сравнительно крупная органическая молекула может существовать в нескольких различных изомерных формах. Это давно известно. Например, соединение с брутто-формулой C_4H_{10} может иметь структурную форму бутана $CH_3CH_2CH_2CH_3$ (I) и триметилметана $CH(CH_3)_3$ (II). Одна и та же горстка микрочастиц, а сосуществовать в виде устойчивой системы она умеет и в форме (I), и в форме (II). Говорят, что эти формы одинаково хорошо удовлетворяют правилам валентности и законам структурной химии. Но это разные вещества. Химик-органик с лёгкостью синтезирует вам и вещество в форме (I), и вещество (II). Они будут иметь различные физические свойства и различную реакционную способность. Если какой-нибудь не очень умелый органик проведёт не очень аккуратный синтез, то у него в результате может получиться смесь веществ (I) и (II). Но в умелых руках эти два вещества могут разделиться, поскольку имеют разные физические свойства. Есть специальный прибор для таких операций разделения близких по химической природе веществ (оба вещества — алканы). Это хроматограф. Такова химическая реальность.

А что предскажет физик, если его попросить провести теоретический дизайн вещества с брутто-формулой C_4H_{10}? Вспомним, что среди решений волнового уравнения обязаны найтись **все** состояния системы C_4H_{10}. Значит, найдётся состояние, когда все частицы танцуют с наименьшей энергией, составляя в пространстве хоровод, похожий на бутан (I). Найдётся и состояние, когда все частицы танцуют с наименьшей энергией, составляя в пространстве хоровод, похожий на триметилметан (II). Найдутся и всевозможные возбуждённые состояния веществ (I) и (II). И всё это жизнь одной и той же горстки микрочастиц.

Если читателю химия как-то милее физики, то он возмущённо заявит — что это за безобразие? Ведь у химика в банке хранится именно бутан. И на этикетке так написано. При чём тут триметилметан? Это в другой банке. А для физика, видите ли, никакой разницы нет. Тут что-то неладно с физикой.

Этот читатель будет прав. Химик получает со склада банку не только с веществом, но и с историей его создания. Кто-то в таких-то условиях синтезировал бутан (I). Вот в банке и оказался бутан. А кто-то в таких-то условиях синтезировал триметилметан (II). И поместил в другую банку. Или выделил из смеси два вещества и разместил по двум банкам.

А волновое уравнение ничего не знает про историю. Оно знает про все возможности водить хороводы у данной горстки частиц. А уж какой найдётся при этом хореограф, уравнение догадаться не может. Физик, выступая в роли скромного творца-дизайнера, располагает меньшей информацией, чем химик. В результате и получает жуткую путаницу всяких возможных хороводов.

С этими мелкими затруднениями разобрались. Теперь об упомянутой выше крупной неприятности. Вспомним, что современную органическую химию волнуют значительно более крупные молекулы, чем бутан. А у крупных молекул число возможных изомеров, удовлетворяющих правилам структурной химии, растёт как снежная лавина с ростом числа атомов в молекуле. Даже скромная брутто формула C_6H_6 порождает 217 различных изомерных форм. И многие формы уже получены в виде индивидуальных соединений. Это давно известный бензол и недавно полученный призман, где из 6 атомов углерода природа построила треугольную призму, а все атомы водорода соединены с вершинами призмы. Такие два вещества заметно отличаются своими физическими и химическими свойствами. Некоторые из этих 217 различных изомерных форм, по-видимому, настолько маловероятны, что их никогда никто не получит.

Теперь представим себе, что химик сочиняет новую пространственную молекулярную формулу и прогнозирует у этой молекулы замечательные свойства, ради которых он и хочет синтезировать новое вещество. Например замечательное избирательно действующее лекарство. На этом можно заработать кучу денег. Синтез нового вещества — это длинная цепочка органических реакций с участием десятков веществ. И на каждом этапе химику удобно думать, что получается единственный результат реакции, что у каждого промежуточного продукта однозначно определены физические и химические свойства, пользуясь которыми можно прийти к конечному желаемому веществу. Но мы теперь знаем, что это не так. На каждом этапе синтеза природа занимается постановкой не одного, а многих хороводов из предложенных ей групп атомов. Поэтому, по-хорошему, химик должен бы рассмотреть все возможные сочетания различных изомеров во всех промежуточных реакциях. А это уже катастрофа, как мы знаем из простой комбинаторики.

Конечно, никакой химик не учитывает в своём дизайне всех изомеров. На основании своего опыта он знает, какие изомерные формы более, а какие менее вероятны. Эти чисто химические знания помогают довольно эффективно заниматься дизайном новых соединений и их практическим синтезом. Но от показанной здесь крупной неприятности всё равно не уйти. Виной тому как раз успехи современной органической химии. Она уже выпустила в природу 10 миллионов новых соединений. Это только по названиям. А сколько у этих соединений изомерных форм? Вот то-то. И уже сейчас невозможно накопить и осмыслить опыт работы со всеми изомерами, чтобы контролировать дизайн и синтез новых веществ. Как сказал один из авторов данной заметки, современная химия стоит на берегу океана изомерных форм. Ею освоена только узкая полоска прибоя, а весь океан органических форм остаётся непознанным и потому недоступным.

Вот какая неприятность. Просто беда. Кто виноват — понятно. Виноваты физики, правильно угадавшие волновую природу микрочастиц и сделавшие правильные выводы о вероятностном характере появления изомерных результатов химического синтеза крупных молекул. Остаётся решить вопрос — что делать. И кто это будет делать. Ясно, что те же физики. Виноваты — вот и расхлёбывайте.

Мы уже это пытаемся делать следующим образом. Попробуем избавить химиков от необходимости накапливать и осмысливать опыт работы с изомерами. Попробуем научиться чисто теоретическими методами прогнозировать вероятности переходов одних изомерных форм данного вещества в другие. Если мы научимся правильно предсказывать вероятности таких мономолекулярных реакций изомерных превращений, то для любого заданного вещества можно будет заранее отсечь многочисленные маловероятные изомерные формы. Ясно, что такая предварительная информация значительно сократит усилия химика, продумывающего план синтеза нового соединения. Вопрос только в том, как вычислять эти вероятности.

Сейчас мы находимся на таком этапе решения этой новой для физики задачи. Если нам заданы две известные изомерные формы одного и того же органического соединения, то квантово-химическими методами мы можем получить информацию обо всех состояниях движения электронов и ядер в обеих формах. Среди этих состояний мы находим такие возбуждённые состояния, когда электронные и ядерные плотности обеих форм максимально перекрываются. Между такими состояниями возможны переходы, поскольку тогда танцующие коллективы частиц сами не знают, в каком именно из двух состояний они находятся. Вероятность такого перехода можно подсчитать. Переход исходной формы в нужное состояние может совершаться либо путём теплового возбуждения, либо под действием кванта света. Но как раз такие переходы изучает молекулярная спектроскопия. Соответствующая теория нам хорошо известна, поскольку вся наша предыдущая работа была посвящена разработке этой теории и её вычислительных методов[1]. Оказалось, что все методы теоретической молекулярной спектроскопии почти без изменений могут быть использованы при вычислении вероятностей таких переходов.

Мы уже получили предварительные обнадёживающие результаты, из которых видно, что на данной основе можно сформулировать общие физические правила, по которым природа переводит одни изомерные формы в другие. Эти правила можно в дальнейшем формализовать и заложить в компьютеры, которые и избавят хими-

[1]За цикл работ по развитию теории молекулярных спектров Л. А. Грибову, В. И. Баранову, В. А. Дементьеву и М. Е. Эляшбергу присуждена Госпремия в области науки и техники 1999 года.

ков от необходимости экспериментального изучения поведения изомерных форм новых соединений. Это и позволит химикам отправиться в свободное океанское плавание.

Как на самом деле строится физическая теория изомерных переходов, как на самом деле проходят такие реакции, мы могли бы рассказать в отдельной популярной статье. По просьбе трудящихся, которым интересно, как физика глазами теоретической молекулярной спектроскопии видит эти процессы.

Лев Александрович Грибов,
заведующий лабораторией молекулярного моделирования и спектроскопии Института Геохимии и Аналитической Химии им. В. И. Вернадского РАН,
член-корреспондент РАН,
профессор, д.ф.-м.н.

Василий Александрович Дементьев,
ведущий научный сотрудник лаборатории молекулярного моделирования и спектроскопии Института Геохимии и Аналитической Химии им. В. И. Вернадского РАН,
профессор, д.ф.-м.н.

Вниманию заказчиков журнала

Редакция неоднократно получала документы, подтверждающие оплату за заказанные экземпляры, из которых, однако, невозможно установить, по какому адресу и какие именно экземпляры следует отправить.

В связи с этим:

1. Просим всех заказчиков, имеющих претензии по получению журнала, сообщить в редакцию (адрес указан ниже в разделе об условиях заказа) письмом, какие экземпляры им причитаются. В письме следует сослаться на соответствующий платежный документ.

2. При заказе журнала путем заполнения платежного поручения следует указать номера журнала, количество экземпляров и адрес получателя в разделе платежного поручения "Назначение платежа", см. образец ниже.

Образец

Назначение платежа

Заказ журнала "Математическое образование",
№2-3 (9-10), 1999 г., 2 экз.
421002 Светлогорск Ивановской обл., ул. Пионерская, 7
Светлогорский педагогический техникум, библиотека.
Без НДС.

---

3. При заказе журнала переводом просьба производить оплату **через Сбербанк. Корешки почтовых переводов в редакцию не попадают!** Ниже приводится образец заполнения лицевой и обратной сторон извещения и квитанции Сбербанка.

Образец заполнения лицевой стороны извещения и квитанции Сбербанка

Извещение

Форма № ПД-4а

____

(наименование получателя платежа)

____

(ИНН получателя платежа)

№ _______________________________

(номер счета получателя платежа)

в _______________________________

(наименование банка и банковские реквизиты)

____

____

БИК _______________________________

(наименование платежа)

Дата _______ Сумма платежа: _________ руб. _____ коп.

Плательщик (подпись) _______________

Кассир

Извещение

Фонд матем. образ. и просв.

(наименование получателя платежа)

ИНН 7725080165

(ИНН получателя платежа)

№ 40703810138120100114

(номер счета получателя платежа)

в Московском банке СБ РФ

(наименование банка и банковские реквизиты)

Лефортовском ОСБ N 6901

к/с 30101810600000000342

БИК 044525342

Журнал „МО", N 2-3(9-10), 1999, 1 экз

(наименование платежа)

Дата 01.02.00 Сумма платежа: 40 руб. 00 коп.

Плательщик (подпись) Петров

Кассир

Квитанция

Фонд матем. образ. и просв.

(наименование получателя платежа)

ИНН 7725080165

(ИНН получателя платежа)

№ 40703810138120100114

(номер счета получателя платежа)

в Московском банке СБ РФ

(наименование банка и банковские реквизиты)

Лефортовском ОСБ N 6901

к/с 30101810600000000342

БИК 044525342

Журнал „МО", N 2-3(9-10), 1999, 1 экз

(наименование платежа)

Дата 01.02.00 Сумма платежа: 40 руб. 00 коп.

Плательщик (подпись) Петров

Кассир

Образец заполнения обратной стороны извещения и квитанции Сбербанка

Информация о плательщике:

(Ф.И.О., адрес плательщика)

(ИНН налогоплательщика)

№

(номер лицевого счета (код) плательщика)

Информация о плательщике:

Петров А. Г., 234008 Рыбинск

(Ф.И.О., адрес плательщика)

ул. Лесная, 23-37

—

(ИНН налогоплательщика)

№ —

(номер лицевого счета (код) плательщика)

Информация о плательщике:

Петров А. Г., 234008 Рыбинск

(Ф.И.О., адрес плательщика)

ул. Лесная, 23-37

—

(ИНН налогоплательщика)

№ —

(номер лицевого счета (код) плательщика)

Условия заказа журналов и приема материалов

По вопросам заказа журналов обращайтесь по адресу: 111250, Москва, ул. Солдатская, д. 8, корп. 2, к. 69.

Стоимость заказа каждого из номеров 1 — 4 за 2000 год (включая стоимость пересылки) — 35 рублей.

Для получения номеров журнала необходимо выслать в адрес редакции копию платежного документа, подтверждающего оплату заказа. Сообщите адрес, по которому Вы хотели бы получать журнал. В платежном документе укажите, что перевод делается для журнала «Математическое образование», номер журнала за 1999 г., количество экземпляров.

Реквизиты для перечисления:

Получатель: ИНН 7725080165 Фонд математического образования и просвещения

Расчетный счет и банк получателя:
р/с 40703810138120100114 в Московском банке СБ РФ, Лефортовском ОСБ №6901,
к/с 30101810600000000342 БИК 044525342

Вы также можете заказать необходимое Вам количество отдельных номеров журнала за предыдущие годы. В этом случае пересылка осуществляется наложенным платежом или на основании платежного документа (реквизиты те же). В заказе (в платежном документе) укажите, за какие номера и в каком количестве экземпляров за номер, делается перечисление.

Стоимость одного экземпляра журнала (с учетом пересылки) — 30 руб., сдвоенных номеров 3-4 (6-7) за 1998 г. и 2-3 (9-10) за 1999 г. — 40 руб.

Контактные телефоны: (095) 362-82-56, (095) 261-53-12.
Адрес страницы фонда в сети Internet: www.fmop.dnttm.ru
Этот же адрес и телефоны для корреспонденции Фонда.

Редакция принимает рукописи материалов с четко прорисованными формулами. По согласованию с редакцией принимаются материалы в электронном виде, обязательно прилагать распечатку.

Рукописи не возвращаются и не рецензируются. Авторские права сохраняются за авторами материалов. Авторы опубликованных материалов получают бесплатно по 10 экз. соответствующего выпуска журнала.

Мнение редакции не всегда совпадает с мнением авторов.

Contents