Математическое Образование

Журнал Фонда математического образования и просвещения

Год десятый

№3 (38)

июль-сентябрь 2006 г.

Москва

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОБРАЗОВАНИЕ

Периодическое издание в области математического образования

Издатель и учредитель: Фонд
математического образования и просвещения
117419 Москва, ул. Донская, д. 37

№ 3 (38), 2006 г.

Москва

Математическое образование

Журнал Фонда математического образования и просвещения

№ 3 (38), июль – сентябрь 2006 г.

Содержание

Фонд математического образования и просвещения, Москва, 2006 г.
“Математическое образование”, периодическое издание.
Зарегистрировано в Роскомпечати РФ,
лицензия № 015955 от 15.04.97.
Подписано к печати 30.09.2006 г.
Компьютерный набор и верстка, компьютерная графика: С. Кулешов.
Объем 4,5 п.л. Тираж 1000 экз. Цена свободная.

Тема номера: проблема учебника математики

От редакции

Вал публикаций, критикующих положение дел с учебниками математики, как школьными, так и вузовскими, показывает, что эта проблема еще далека даже от предварительного решения. Ей посвящен настоящий выпуск журнала. Тема инициирована статьей Игоря Петровича Костенко в предыдущем выпуске, посвященной учебникам математики для втузов. Редакция готова и далее помещать заинтересованные отклики и мнения по этому вопросу. Настоящий выпуск рассматривает проблему школьных учебников. Отметим, что наш журнал в той или иной форме уже обращался к этим вопросам, см. №№ 3(14), 2000 г., 2(29), 2004 г. Надеемся, что приведенные материалы вызовут интерес широкого круга лиц, работающих в российском математическом образовании.

Школьный учебник математики: вчера, сегодня, завтра

Ю. М. Колягин

Автор приводит исторический обзор деятельности по созданию школьных учебников математики в России, анализирует причины понижения уровня математического образования с точки зрения современного состояния этой деятельности, дает практические рекомендации по повышению качества учебников.

> Повторяю, учитель и учебник — тот, кто учит, и то, по *чему* он учит, — это и есть все; их выработать, создать или извлечь из-под закрывающего мусора ненужных учреждений, слов, регламентов — это и есть то, после чего для организующей силы нечего делать.
>
> В. В. Розанов

Более 300 лет тому назад, в 1703 году появилась "Арифметика" Леонтия Филипповича Магницкого (1669—1739) — преподавателя созданной по указу Петра I "Школы математических и навигацких наук". Здесь, кроме сведений по арифметике, содержались начала алгебры, геометрии и тригонометрии, а также практические расчеты по коммерческим вычислениям, технике и навигации. В книге много внимания уделялось общим рассуждениям на математические темы, причем изложенным в стихотворной форме. Широко использовались иллюстрации, терминология и задачи из рукописной славяно-русской литературы и, тем самым, язык изложения приближался к русскому разговорному языку.

Такова была первая отечественная печатная учебная книга по математике, названная М. В. Ломоносовым "вратами своей учености". Более полувека "Арифметика" Л. Ф. Магницкого была основной учебной книгой, являясь по существу энциклопедией математических знаний того времени.

Великий русский швейцарец Леонард Эйлер (1707—1783) прославился не только своими математическими трудами, но и своими учебными курсами. Именно Л. Эйлер при подготовке проекта обучения в академической гимназии (1737 г.) указал на необходимость создания учебников, которые отвечали бы возрасту и развитию учащихся. Он говорил: "Математика должна преподаваться по хорошему учебнику; молодежи следует сообщать не только простые правила, но, по мере возможности, приводить обоснования этих правил".

В 1738—1740 гг. вышло на русском языке его "Руководство к арифметике для употребления в гимназии имп. Академии наук" (в 2-х частях) — второй учебник арифметики после учебника Л. Ф. Магницкого. И хотя этот учебник не стал в дальнейшем общепринятым, на его основе ученик Л. Ф. Магницкого профессор Морского кадетского корпуса Николай Гаврилович Курганов (1725—1796) написал прекрасный учебник "Универсальная арифметика" (1757), ставший самым распространенным в России учебником второй половины 18 века. Его последнее издание "Числовник" 1771 года также представлял собой своеобразную математическую энциклопедию. Столь же популярной была и другая учебная книга Н. Г. Курганова — "Письмовник" (1769).

Так же, как и Л. Эйлер, Н. Г. Курганов придавал большое значение простоте и ясности изложения, равно как и его систематичности и доказательности. В XX веке Н. Г. Курганова называли Киселевым 18 века, а А. П. Киселева — Кургановым XX века.

Н. Г. Курганов и племянник М. В. Ломоносова Михаил Евсеевич Головин (1756—1790) — автор первого учебника математики для массовой школы (народных училищ), изданного в 1786 году — считаются основоположниками *школьного учебника математики.*

История русского учебника математики проходит красной нитью через деятельность многих отечественных ученых-математиков: С. Е. Гурьева (1766—1813), Д. М. Перевозчикова (1788—1880), В. Я. Буняковского (1804—1889), М. В. Остроградского (1801—1862), Н. И. Лобачевского (1792—1856), П. Л. Чебышева (1821—1894), Н. Н. Лузина (1883—1950), А. Н. Колмогорова (1903—1987), А. Н. Тихонова (1906—1993) и других.

Первые официальные учебные планы, а значит и официально рекомендуемые школьные учебники, датируются 1804 годом, т.к. двумя годами ранее появилось первое Министерство народного просвещения России. В то время школьные знания предполагались энциклопедичными и, увы, поверхностными, хотя учебники (например, переводной учебник А. Г. Кестера или отечественные учебники Т. Ф. Осиповского и Н. И. Фусса) содержали весьма обширный и явно избыточный (превышающий курс гимназий) учебный материал. Кстати сказать, учебник помощника Л. Эйлера академика Н. И. Фусса "Начальные основания чистой математики" (1814) считается *первым фактически стабильным школьным учебником*, рекомендованным Министерством Народного Просвещения для *всех* гимназий.

Основные требования к школьному учебнику математики того времени были такими:

- учебник должен быть написан по "зрело обдуманному плану";
- наука должна излагаться основательно и современно;
- методическое расположение учебного материала должно отвечать возрастным возможностям учащихся.

Впечатляет. Не так ли?

Учителя математики того времени могли излагать свой курс в том объеме и так, как он им виделся, т.е. так как они хотели его преподавать.

С приходом к власти Николая I (1825) в образовании усилились сословность и классицизм, укрепилось государственное управление образованием. Классицизм проявлялся в особом внимании к развитию формально-логического мышления (этому должно было служить изучение латинского языка и математики) и к эстетическому воспитанию (через изучение греческого языка и античной литературы). В 1828 году Императорским повелением было указано: "…воспретить произвольное преподавание учений по произвольным книгам и тетрадям" и, тем самым, — преподавать любую школьную дисциплину лишь по тем учебникам, которые рекомендованы Министерством просвещения. Это не означало, что преподавание математики должно было вестись по какому-то одному учебнику. По каждому предмету было рекомендовано несколько учебников; например, в период с 1828 года по 1864 год появились учебники математики Ф. И. Буссе, П. С. Гурьева, Д. М. Перевозчикова, К. Д. Краевича и др. Отбор лучших учебников осуществлялся естественным путем — практикой их использования в школе. Некоторые учебники быстро покидали школу, а другие — укреплялись в ней и переиздавались, становились популярными. Таковыми к концу XIX века стали учебники алгебры и геометрии профессора Московского университета А. Ю. Давидова (1864), а по арифметике — учителей 4-ой Московской гимназии А. Ф. Малинина и К. П. Буренина (1867). Именно к этому времени (1865 г.) относится мнение многих членов С.-Петербургской Академии Наук о "вопиющем недостатке книг, необходимых для учащихся".

С начала XX века наибольшую популярность приобрели учебники математики А. П. Киселева. О том, сколь многих соперников эти пособия превзошли, свидетельствует и тот факт, что в период с 1870 года по 1911 год в русской школе было задействовано более сорока учебников математики достаточно известных педагогов-математиков и методистов. Альтернативность школьных учебников математики того времени была вполне оправданной. На каждый новый учебник сразу появлялись рецензии во многих педагогических журналах; учебники стоили дешево, хорошо распространялись по России. Поэтому каждый учитель имел возможность с ними познакомиться.

До революции 1917 года проблема школьного учебника находилась в центре внимания не только Министерства просвещения, но и широкой педагогической общественности. Проводилось немало совещаний в губерниях России, которые были посвящены учебно-методическому обеспечению школы. Уже в конце XIX века стали появляться работы, специально посвященные школьному учебнику: В. Дементьев "О бесполезности сжатых математических учебников для гимназий, преимущественно же многолюдных" (1860), П. Ф. Каптерев "О значении учебника при обучении" (1891), М. Г. Попруженко "Значение учебника при обучении математике" (1896) и т.д. Авторами учебников становились не только преподаватели высшей школы, но и учителя.

С приходом Советской власти старая школа была разрушена. Учебникам (равно как классно-урочной системе и предметному преподаванию) пришел конец. Обучение и воспитание стало осуществляться только через производительный труд, в рабочих и крестьянских коллективах. Методы обучения были заимствованы из англо-американской трудовой школы (метод проектов, комплексные программы и т.п.). В стране возник образовательный вакуум. Среднее и высшее профессиональное образование стали практически невозможными, т.к. уровень общеобразовательной подготовки учащихся был чрезвычайно низким.

Принятый в начале 30-х гг. *курс на индустриализацию страны* вынудил Советскую власть вернуться к школе учебы. С 1932 года по 1937 год последовательные шаги сталинской контрреформы ликвидировали все губительные для нашей школы последствия школьной реформы, начатой в 1918 году. Особенно важным было Постановление ЦК ВКП(б) "Об учебниках для начальной и средней школы", принятое в 1933 г. В этом постановлении предполагалось обеспечить издание *стабильных* учебников по основным учебным предметам, учебников "рассчитанных на применение их в течение большого ряда лет". С 1933 года наша школа начала заниматься по стабильным учебникам математики: арифметики — И. Г. Попова, алгебры — А. П. Киселева, геометрии — Ю. О. Гурвица и Р. В. Гангнуса, тригонометрии — Н. А. Рыбкина.

Казалось, что найдена мера между новым и старым, между учебниками дореволюционных авторов (А. П. Киселев, Н. А. Рыбкин) и новых советских авторов. Но это только казалось. Математическая группа Академии наук СССР (С. Н. Бернштейн, Г. М. Фихтенгольц и др.) в декабре 1936 года подвергла резкой критике именно новые советские учебники и потребовала их немедленной замены. Это было легко сказать, но трудно сделать. Осуществить эту замену помог лишь А. П. Киселев; с 1938 года начался *советский этап школьной эры А. П. Киселева.* Временной промежуток, когда в школе действовали учебники математики А. П. Киселева (1938—1956) был назван *периодом стабильности отечественной школы* и пошел на пользу стране. Поколение, учившееся по учебникам А. П. Киселева, вышло в жизнь уважающим знания и умеющим их добиваться. Советский народ, получивший разностороннее и глубокое образование, превратил СССР в могучую индустриальную державу, победил в Великой Отечественной войне, запустил первый искусственный спутник Земли, обеспечил полет Ю. А. Гагарина в космос и прославился еще многими, многими делами.

В 1956 году изменилась школьная программа по математике, а в качестве стабильных были приняты новые учебники: арифметики — И. Н. Шевченко, алгебры — А. Н. Барсукова, геометрии — Н. Н. Никитина, тригонометрии — С. И. Новоселова. Правда, в старших классах до 1972 года продолжал еще действовать учебник геометрии А. П. Киселева. Переход на новые учебники был осуществлен без особых затруднений, т.к. их авторы постарались не отходить далеко от учебников А. П. Киселева, унаследовать их лучшие традиции.

Революционное изменение программы и учебников математики ожидало нашу школу в 1970/71 учебном году, когда начался переход массовой школы на новую систему обучения математике. Заимствованный с Запада теоретико-множественный подход к построению курса математики, широкое использование логико-математической символики и, в целом, — *идея повышения теоретического уровня* обучения в течение десяти последующих лет лихорадили нашу школу. Это продолжалось до тех пор, пока ее первые выпускники не обнаружили свою слабую математическую подготовку при поступлении в вузы. В декабре 1978 года на Общем собрании Отделения математики Академии наук СССР (почти в полном его составе) обсуждалось положение дел со школьной математикой. Практически единогласно было принято решение, в котором действующие в школе программы и учебники математики признавались неудовлетворительными, рекомендовалось начать немедленную работу по созданию новой программы и новых учебников математики.

История повторяется. Ведущие математики страны вынуждены защищать интересы математического образования. Горько осознавать, что непригодность данной системы обучения математике для массовой школы на Западе была установлена уже тогда, когда у нас только началось ее внедрение. Исправление ошибок и переход на новые программы и учебники математики потребовал целого десятилетия. В 1987—1988 гг. состоялся Всесоюзный конкурс на новые учебники математики. Учебники, занявшие три первых места, были рекомендованы для использования в школе в качестве *альтернативно-стабильных.* Практически все эти учебники действуют в школах России до настоящего времени.

Но покой нам только снится! В 1990 году (с приходом нового министра просвещения) нашу школу ожидали новые потрясения. Был принят Закон об образовании (июль 1992 года), провозгласивший, в частности, полную свободу выбора любой школой программы и учебников по каждому учебному предмету. В 1992 году Министерством просвещения было запланировано "в ближайшие 4—5 лет создать 400—500 учебников нового поколения, не считая разнообразных пособий, приближенных к потребностям разных регионов". Но действительность превзошла ожидаемое: если в 1992 году в школе действовало во всех классах и по всем предметам около 140 учебников, то в 1999 году в России было издано 1152 школьных учебника. Тот факт, что по официальным данным в 1995/96 учебном году лишь 15% школьников было обеспечено учебниками, а в 1998 году один школьный учебник приходился на 4 учащихся, — по-видимому, мало кого из руководителей образования волновал. Таким образом, альтернативность в выборе школьных учебников практически оставила школу без учебников.

Но, может быть, положение с учебниками на сегодняшний день изменилось? Естественно изменилось. В опубликованном в январе 2002 года Федеральном списке школьных учебников, рекомендованных Министерством образования, содержится 60 учебников математики (не считая учебников для начальной школы) и, кстати сказать, 75 учебников истории. Число авторов учебников и число издательств, их выпускающих, резко возросло. Это с одной стороны. С другой, — в одной из ноябрьских 2002 года публикаций было приведено письмо учительницы о положении дел с учебниками на селе: "Стоит отъехать от Москвы километров на 200, как попадаешь в совершенно другую жизнь. В деревне, где у нас дача, учебников не хватает настолько, что дети учатся по совсем старым или вообще со слов учителя... Родители детей сидят без работы, денег никаких не получают. Они просто не в состоянии купить своему ребенку учебник...".

Итак, *первая проблема* современного школьного учебника математики (впрочем, как и любого другого школьного учебника) обозначилась достаточно весомо — *ножницы между предложением и потреблением.* Учебников много, а учиться не по чему!

Федеральный список учебников 2002 г. был опубликован в Учительской газете под таким девизом: "Министерство рекомендует — учитель выбирает!" Но о каком выборе может идти речь, если даже в школьной библиотеке отсутствуют все предлагаемые учебники хотя бы в одном экземпляре? Всем известно, что каждый регион России способен закупить в лучшем случае лишь один из рекомендуемых министерством комплектов учебников. Выбор учебников, как правило, определяется чиновником регионального управления образованием, который, кстати говоря, редко является по образованию учителем математики. А на выбор чиновника нередко оказывает мощное влияние то или иное издательство. *Декларируемая альтернативность учебника остается таковой лишь на бумаге.* Практикующий учитель часто не в состоянии даже купить тот или иной учебник. Так, на Коллегии Министерства образования, проходившей в апреле 2002 года, начальник управления образованием Псковской области указала на то, что 80% школьных учебников покупается на родительские деньги.

Известно, что *далеко не все учебники (в том числе и учебники математики), имеющие гриф Министерства образования, являются качественными.* Количество, увы, не переходит в качество. Об этом свидетельствуют и школьная практика, и публикации в средствах массовой информации. Укажем три причины этого опасного явления: **во-первых**, плохая экспертиза учебников; **во-вторых**, отсутствие должной экспериментальной и опытной их проверки; **в третьих**, часто недостаточная педагогическая квалификация авторских коллективов.

В самом деле, о какой **серьезной экспертизе учебников** может идти речь, если из состава федеральной предметной комиссии при Министерстве образования намеренно удалены авторы учебников (как лица, якобы лоббирующие свои книги), а в ее состав входят те, кто никогда школьных учебников не писал (а нередко и не читал). То или иное решение принимается большинством голосов, в зависимости от двух-трех заказанных Министерством рецензий.

Даже для оценки *совсем нового вида учебников — электронных*, проходившей весной этого года, были приглашены "уважаемые люди" (как писала об этом учительская газета) и подчеркнуто не приглашены авторы этих учебников. Правда, на второе совещание по электронным учебникам все же решили пригласить их авторов для пояснений членам комиссии — "что к чему". Оба совещания проводились заместителем министра образования.

Думается, что жизнь исправит эту ошибку; взаимная конкуренция авторов (как членов комиссии) принесет больше пользы, чем их отсутствие в ее составе.

Очень **немногие из учебников** математики, имеющих гриф Министерства образования, **по-настоящему проверены в массовой школе**. Утеряна полезная отечественная педагогическая традиция второй половины XX века — ***каждый школьный учебник должен проходить три стадии: экспериментальную проверку, опытную проверку и локально-массовое внедрение.*** И называться соответственно (прежде, чем стать учебником) — ***экспериментальный учебник, пробный учебник и учебное пособие***. Понятно, что в условиях неуправляемой альтернативности выполнить это требование практически невозможно.

Немалое значение для создания хорошего учебника математики имеет и **состав авторских коллективов** (работу над школьными учебниками теперь редко выполняют авторы-одиночки). В идеале, в составе авторского коллектива должны быть ученый-профессиональный математик, опытный методист-математик и опытный школьный учитель; может быть, дополнительно — педагог-психолог и специалист по компьютерам. Понятно, что это — "минимальный набор". Понятно также, что одному современному автору трудно объединить в себе все эти качества. А. П. Киселев являл собой то исключение, которое и подтверждает высказанное нами утверждение о составе авторского коллектива. Полагаю, что анализ педагогической квалификации авторов ныне действующих учебников математики способен во многом определить успешность использования того или иного учебника в массовой школе.

С учебниками математики А. П. Киселева, которые действовали в отечественной школе более 60 лет, связано важнейшее требование к школьным программам и учебникам — **стабильность.** На первый взгляд, кажется, что стабильность и альтернативность противоречат друг другу. Но и здесь можно найти разумную меру: ***утвердить один-три учебника в качестве стабильных*** (основных), а всеми остальными учебниками предоставить учителю возможность пользоваться как дополнительными. Конечно, основные учебники должны быть содержательно и структурно одинаковыми, чтобы учащиеся и учитель имели возможность, по мере необходимости, их поменять.

Стабильность учебника математики связана и с **продолжительностью его жизни в шко-**

ле. Образец такого рода стабильности опять-таки показывают учебники А. П. Киселева. Я глубоко убежден в том, что только в условиях стабильности школьного учебника (когда учитель узнает его досконально и неоднократно испытает его на практике, уяснит для себя все достоинства и недостатки учебника) учитель может проявить *полноценную творческую инициативу.* В отличие, например, от учебников истории (которые, как правило, политизированы) учебники математики содержательно-консервативны и если требуют, то лишь эволюционных изменений.

Закончить вопрос о стабильности школьного учебника хотелось бы словами директора Пушкинского дома Н. Скатова (Литературная газета, 2002, №11): "Педагогическое дело — дело консервативное. И в этом его не только слабость, но и сила. Сейчас все чаще специалисты утверждают, что, оказывается, старый учебник Щербы по русскому языку все-таки перекрывает все новейшие учебники, и, кажется, пока мы бесшабашно предавались математическим экспериментам, умные израильтяне обучали алгебре по нашему хрестоматийному Киселеву".

Так случилось, что проблема современного школьного учебника (и в частности, проблема школьного учебника математики) оказалась **тесно связанной с проблемой обучения русскому (родному) языку.**

Вот недавняя характеристика положения дел, данная тем же Н. Скатовым. Проводившиеся в минувшем году Организацией экономического сотрудничества и развития исследования качества школьного образования (прежде всего, умения работать с текстом) и охватившие 32 страны, показали: российские школьники разучились текст воспринимать. Они оказались на самых последних, рядом с Бразилией, местах. При подобных исследованиях 1990 года они еще были на самых первых" (там же).

Ясно, что обучаясь даже по хорошему учебнику математики, ученик должен текст воспринимать и понимать его смысл. Об этой беде современных школьников свидетельствует и программа "Чтение", организованная газетой "Книжное обозрение" (2002, №9). В преамбуле к этой программе говорится "...Молодое поколение не читает, давление видео и кино вымывает чтение из структуры досуга даже в традиционно читающих крупных городах...". Редкое чтение у многих взрослых приводит к тому, что исследования ЮНЕСКО назвали "функциональной неграмотностью" — забвению умений и навыков, обретенных еще в школе. Строго говоря, такой человек знает как читать, но не умеет это делать.

Это — беда общемировая. Там же отмечается, что каждый десятый взрослый канадец является "вторично неграмотным", т.е. разучившимся читать; в Великобритании к началу 90-х годов у 25% выпускников школ "умение и привычка к чтению просто не сформированы". Заметим, что диплом об окончании средней школы Великобритании являет собой "золотой стандарт", т.е. диплом, который признают во всех странах (в отличие от нашего аттестата об окончании средней школы). Возможно, такое положение дел в нашей стране объясняется и тем, что *русский язык и литература, а также математика перестали быть ведущими школьными учебными предметами.* Об этом свидетельствует и тот факт, что, например, по учебному плану **десятилетней** школы 1950 года на изучение русского языка и литературы отводилось 2508 часов, а на изучение математики — 2145. По ныне действующему типовому учебному плану **одиннадцатилетней** школы на изучение русского языка и литературы отводится уже 1155 часов, а на изучение математики — 770. По проекту нового образовательного стандарта предполагается дальнейшее уменьшение числа учебных часов: на русский язык и литературу — *на одну четверть*, а на математику — *на одну треть.*

Естественно, что подготовка нового учебника математики должна определяться четким техническим заданием, в которое включается содержание обучения, система требований к учащимся, а также педагогических требований к учебнику.

При традиционном **знаниевом** подходе к содержанию и результатам обучения требования к учебнику формулируются достаточно четко; например, соответствие программе, научность и доступность, практическая и прикладная направленность, развитие познавательной самостоятельности, контроль и самоконтроль, язык и стиль изложения и т.д.

При насаждаемом ныне **компетентностном** (прагматическом) подходе эти требования к авторам учебников (как, впрочем, и требования к учащимся) в тексте проекта общеобразовательного стандарта формулируются излишне общо и неотчетливо. Как, например, понимать требования: “соответствие стратегии модернизации содержания образования”, “степень новизны учебного пособия”, “возможность использования пособия при работе по различным образовательным программам” и т.п. (всего аж 13 требований)?

Компетентностный подход к содержанию и результатам школьного обучения, заимствованный у Запада (и, кстати говоря, далеко не всеми там признанный), требует радикальных изменений в структуре и содержании учебной программы и учебников математики. Более того, он чужд современному учителю. Горький опыт революционных изменений школьной системы математического образования у нас уже имеется; следует ли снова наступать на те же грабли? *Необходимые изменения должны быть очень осторожными, а главное — эволюционными.* Нужно пожалеть и учителя, и ученика. Даже широкое распространение в современном мире **компьютерных технологий** должно быть использовано для поддержки человеческого общения учителя с учеником, печатного учебного текста, для эффективного развития логического мышления учащихся и их пространственного воображения средствами математики и компьютерной техники, а не для замены печатного слова электронным изображением, процесса решения математической задачи ответами на вопросы выборочного теста.

Именно таким должен быть школьный учебник математики в ближайшем будущем. Математика должна продолжать приводить ум в порядок, как это было завещано М. В. Ломоносовым.

Колягин Юрий Михайлович,
Академик РАО, профессор, доктор пед. наук,
главный научный сотрудник Федерального
Института Развития Образования.

Email: kolyagin-u@mtu-net.ru

Приложение. П. С. Гурьев

В качестве приложения приводим биографические данные об одном из создателей методики преподавания арифметики в России Петре Семеновиче Гурьеве — главу из книги А. В. Ланкова “К истории развития передовых идей в русской методике математики”, “Учпедгиз”, Москва, 1951 г. Полностью книга доступна на сайте
http://www.www.biografia.ru/cgi-bin/quotes.pl?oaction=show&name=metmat02

Творцом методики арифметики в России, бесспорно, является Пётр Семёнович Гурьев. Биографические данные о нём скудны. Сын академика С. Е. Гурьева, автора ряда трудов по математике, Пётр Семёнович состоял в должности преподавателя, а затем инспектора классов Гатчинского сиротского института, в задачи которого входило и подготовление юношей к учительским обязанностям в уездных училищах.

Начало интенсивной литературной и педагогической деятельности П. С. относится к мрачному николаевскому времени, когда произвол монархии достиг наибольшего напряжения и педагогические идеи находились под особым наблюдением. Одни мысли нельзя было высказывать прямо и определённо, другие приходилось скрывать за чужими именами. И тем не менее оставленное им литературное наследство ярко рисует П. С. как педагога-новатора, как творца методической школы. Глубокая эрудиция и смелый критический анализ — основные черты творчества П. С. Гурьева.

“Мы читали Песталоцци, Шмида, Тюрка... и многих других, — говорит он, — и, поверяя читанное на опыте, к которому нам дала возможность служба по одному из обширнейших и разнообразнейших педагогических заведений, составили таким образом нашу книгу” (“Руководство к преподаванию арифметики”, 1839, предисловие, стр. VIII).

Школа Песталоцци, как видим, и здесь стоит на первом месте (Шмид — ученик и последователь Песталоцци), но концепции Песталоцци П. С. пропускает сквозь призму опыта и в своём творчестве очень немногое заимствует от него.

“Мысли, которые будут изложены ниже, не суть все собственные мысли, прямо вышедшие из нашей головы; были авторы выше нас, которые давно заботились разъяснить себе вопросы жизни, не боясь впасть в утопии. Мы только их последователи, но не более; но для нас, — полагаем, что и вы разделяете наше мнение, — не то важно, кому первоначально принадлежит та или другая мысль, но важно, насколько она справедлива. Много бы красивых перьев пришлось сбросить с себя учёной братии, если бы за каждым оставить только то, что собственно ему "принадлежит".

Из приведённых цитат можно сделать вывод, что П. С. Гурьев ценил философские основы теории и критерий истины видел в опыте, в практике.

Кантианская основа учения Песталоцци его явно не удовлетворяла. П. С. считает, что в его сочинении ("Руководство к преподаванию арифметики") читатель "найдёт более связи науки с жизнью, и вообще более условий, удовлетворяющих успешному преподаванию, нежели в других сочинениях по тому же самому предмету" (предисловие, стр. VIII). Мы должны помнить, что П. С. Гурьев писал раньше Грубе, резко поставившего тезис об идеологических основах методики начальной арифметики.

Свои педагогические взгляды Гурьев высказывает в "Отчёте по Гатчинскому сиротскому институту" (рецензия на него помещена в журнале МНП, 1856, т. IV). "Важнее всего, — говорит он, — возбудить самодеятельность в воспитаннике, представить ему будущую науку с её светлой, лучшей стороны, чтобы он постоянно жаждал познаний и уже в маленьком кругу своей учебной деятельности ощущал отраду и наслаждение от изобретений всякого нового познания, всякой новой истины". Преподавание он стремится строить так, чтобы воздействовать на лучшие стороны детской природы: "В нежном организме детства есть струна, за которую только умеючи надо коснуться, чтобы она издала самые мелодичные, самые сладостные звуки. Эта струна есть восторженная детская любовь ко всему прекрасному, истинному и благому" ("Отчёт"). Деятельность П. С. Гурьева в области создания методики арифметики началась с издания книги "Арифметические листки, постепенно расположенные от легчайшего к труднейшему, содержащие в себе 2523 задачи с решениями оных и кратким руководством к исчислению составленные П. Гурьевым", СПБ 1832. Сочинение напечатано на отдельных листках. Цель издания, по мнению автора, — дать учителю средство возбудить и поддержать в учениках своих самодеятельность. На листках даны примеры, задачи и правила для производства арифметических вычислений. Учитель после объяснения того или иного материала может раздать эти листки, принимая во внимание силы и способности учащихся. "Что же касается до объяснения арифметических правил, — говорит автор, — то я старался избирать оные так, чтобы ученик без помощи учителя мог идти один вперёд; и с той же целью помещены в конце книги вопросы, которые должны руководствовать ученика при изучении объяснений ("Арифметические листки", стр. 2).

Таким образом, даже форма издания подчёркивает основной тезис автора о роли самодеятельности учащихся.

Гурьев при этом высоко оценивает и роль учителя: "Опытный учитель, без сомнения, будет при сем заставлять ученика сравнивать, противопоставлять пройденное им вновь с выученным прежде и полученные понятия о числе соединять в одно целое".

Главной методической работой П. С. Гурьева является его "Руководство к преподаванию арифметики", 1839. Подготовку учителей П. С. Гурьев считал своим кровным делом, ему он отдал всю свою жизнь.

"Давно со всех сторон слышны у нас жалобы, — говорит он, — на недостаток в хороших элементарных преподавателях: но как помочь делу? — откуда взять таких преподавателей, когда до сих пор на нашем языке ни по одному предмету всеобщего обучения нет такой книги, которая более или менее имела целью наставить неопытных, молодых людей на многотрудном шатком их поприще" (Предисловие).

Жалобы Гурьева были вполне основательными: трудно было ждать издания учебников от режима, который был против школ, против образования.

"Ему, — продолжает П. С. — чуждому педагогических знаний, дают в руки сжатую краткую книгу и велят учить по ней с непременным условием, чтобы всё, неясно изложенное и недосказанное в ней, он дополнил собственным опытом и наблюдениями. Но какой опытности можно ожидать от него, когда он сам только что вступил на педагогическое поприще?"

Методику арифметики Гурьев рассматривает как науку, как “Знание, основанное на точных положительных началах” (стр. VI). Строя методику преподавания, автор пытается установить путь формирования знаний. “Всякое знание человека начинается с чувственного и частного и только постепенно, посредством отвлечения и соединения переходит к общим законам и правилам; в каждой части сообщаемого материала должна проявляться идея самой науки, а полнота и совершенство этой идеи всегда находится в прямом отношении с массою сведений”.

Философско-теоретические обоснования, которые он даёт науке преподавания, рисуют его как передового педагога своей эпохи. “Наука при своём источнике бывает в тесной связи с жизнью, она отделяется от жизни и входит в область отвлечённого не вдруг, а с наивозможною постепенностью”.

Отсюда автор делает заключение о необходимости концентрического расположения материала при изучении арифметики, о переходе к отвлечённому материалу только тогда, когда ученик уже обогащён фактами. Вспомним, что в это время немецкая педагогика, а вслед за нею и методика арифметики тонули в “теории формальных ступеней”, изобретая такое расчленение курса, которое могло появиться лишь на основе путаной идеалистической гносеологии.

В Германии к концентрическому расположению материала подошёл А. Дистервег, но его система была вскоре вытеснена “измышлениями” Грубе.

У нас этот вопрос был поставлен Ф. И. Буссе и более подробно разработан П. С. Гурьевым. Последний выделяет два концентра: десяток и сотню. “Всякая наука, — говорит П. С. Гурьев, — подчинена двум требованиям. Она должна представлять собою, во-первых, отдельную совокупность знаний, полезных в общежитии; во-вторых, непрерывный ряд идей, ведущих к познанию истины и в то же время служащих к развитию душевных сил”. Это даёт право автору со всей категоричностью утверждать, что механические приёмы не должны иметь места в преподавании. П. С. Гурьев решительно порывает с догматизмом старой школы.

“Неопытному преподавателю, — пишет он, — недостаточно говорить намёками или отрицательным образом, нет! Ему надобно указать на все трудности обучаемого предмета, раскрыть положительно, как он должен поступать в самомалейших случаях: короче, надо представить ему весь ход дела в виде лестницы, в которой, очевидно, чем ниже и шире ступени, тем легче взойти по ней наверх”.

П. С. Гурьев придаёт очень большое значение задачам. Он считает, что задачи должны доставлять детям удовольствие, возбуждать в них интерес к арифметике, развивать мышление. Его задачи отличаются конкретностью содержания, близки к жизни, естественны и интересны. Особо выделяется им решение устных задач.

Последняя работа П. С. Гурьева “Практическая арифметика” вышла в 1861 г. Его идеи жили в русской школе до 70-х годов. В конце 60-х годов П. С. Гурьев занялся земской деятельностью, состоял гласным Новгородского уездного земства, где с особенной любовью занимался вопросами народного образования. Умер П. С. Гурьев в 1887 г.

Имя П. С. Гурьева, талантливого творца первой научной методики начального курса арифметики, незаслуженно забыто. Многие страницы его “Руководства” читаются с таким интересом, как будто написаны в последние десятилетия. Его основной тезис “методика есть наука” получил права гражданства лишь в недавние годы. Его принципиальные положения — сознательность обучения, самодеятельность учащихся и жизненность материала — далеко опередили своё время.

110 лет прошло со времени выхода “Руководства” П. С. Гурьева. Его неоспоримая заслуга в том, что он заложил прочное основание нашей методики арифметики, настолько прочное, что блестящий авторитет и талантливость представителя школы Грубе в России В. А. Евтушевского лишь поколебали это основание, но не могли его разрушить.

П. С. Гурьев всю жизнь занимался математикой и методикой арифметики, но это не узкий “частный методист”, а широко образованный педагог, начавший строить здание методики арифметики на базе передовых идей педагогики и психологии, которые потом так замечательно расцвели в творчестве К. Д. Ушинского. В этом причина его успеха, залог прочности основания, которое он заложил.

Деятельность и творчество П. С. Гурьева — одна из поучительнейших страниц русской методики арифметики.

Литература

1. Ф. И. Буссе, Руководство к преподаванию арифметики для учителей, 1831.
2. П. С. Гурьев, Арифметические листки, постепенно расположенные от легчайшего к труднейшему, 1832.
3. Его же, Ключ к арифметическим листкам, 1833.
4. Его же, Руководство к преподаванию арифметики малолетним детям, 1839-1842.
5. П. С. Гурьев и А. Дмитриев, Практические упражнения в геометрии или собрание геометрических вопросов и задач с ответами и решениями, 1844.
6. П. С. Гурьев, Практическая арифметика, 1861.
7. Его же, Очерк истории Гатчинского сиротского института, 1854.
8. Его же, Мысли о воспитании, “Русский педагогический вестник”, т. I, 1857.
9. Его же, Ещё о воспитании, “Морской сборник”, т. XXVIII, 1857.
10. “Педагогический журнал”, издаваемый А. Ободовским, Е. Гугелем и П. Гурьевым, 1833-1834.
11. “Русский педагогический вестник”, изд. Н. Вышнеградского и П. Гурьева, 1858-1859.

Почему надо вернуться к Киселеву?

И. П. Костенко

Среди современных преподавателей математики, болеющих за качество обучения, заметна тенденция возвратиться к преподаванию по классическим русским учебникам, в частности по учебникам математики А. П. Киселева. В настоящей статье автор обосновывает психолого-педагогические преимущества учебников Киселева по сравнению с учебниками времен реформы 70-х годов, а также современными.

"Я бы вернулся в Киселеву".

Академик В. И. Арнольд

Призыв "вернуться к Киселеву" раздается вот уже 30 лет. Возник он сразу после реформы-70, изгнавшей из школы прекрасные учебники и запустившей процесс прогрессивной деградации образования.

Почему не утихает этот призыв?

Кое-кто объясняет это "ностальгией" [1, с. 5]. Неуместность такого объяснения очевидна, если вспомнить, что первый, кто еще в 1980 г., по свежим следам реформы, призвал вернуться к опыту и учебникам русской школы, был академик Л. С. Понтрягин. Профессионально проанализировав новые учебники, он убедительно, на примерах объяснил, — почему это надо сделать [2, с. 99-112].

Потому что все новые учебники ориентированы на Науку, а точнее, на наукообразие и полностью игнорируют Ученика, психологию его восприятия, которую умели учитывать старые учебники. Именно "высокий теоретический уровень" современных учебников — коренная причина катастрофического падения качества обучения и знаний. Причина эта действует более тридцати лет, не позволяя хоть как-то исправить ситуацию.

Сегодня усваивают математику около 20% учащихся (геометрию — 1%) [3, с. 14], [4, с. 63]. В 40-х годах (сразу после войны!) полноценно усваивали все разделы математики 80% школьников, учившихся "по Киселеву" [3, с. 14]. Это ли не аргумент за его возвращение детям?

В 80-х годах призыв этот был проигнорирован министерством (М. А. Прокофьев) под предлогом, что "надо совершенствовать новые учебники". Сегодня мы видим, что 40 лет "совершенствования" плохих учебников так и не породили хорошего. И не могли породить.

Хороший учебник не "пишется" в один-два года по заказу министерства или для конкурса. Он не будет "написан" даже в десять лет. Он *вырабатывается* талантливым педагогом-практиком *вместе с учащимися* в течение всей педагогической жизни (а не профессором математики или академиком за письменным столом).

Педагогический талант редок, — гораздо реже собственно математического (хороших математиков тьма, авторов хороших учебников — единицы). Главное свойство педагогического таланта — способность сочувствия с учеником, которая позволяет правильно понять ход его мысли и причины затруднений. Только при этом субъективном условии могут быть найдены верные методические решения. И они должны быть еще проверены, скорректированы и доведены до результата долгим практическим опытом, — внимательными, педантичными наблюдениями за многочисленными ошибками учащихся, вдумчивым их анализом.

Именно так в течение более сорока лет (первое издание в 1884 г.) создавал свои замечательные, уникальные учебники учитель Воронежского реального училища А. П. Киселев. Его высшей целью было понимание предмета учащимися. И он знал, как эта цель достигается. Поэтому так легко было учиться по его книгам.

Свои педагогические принципы А. П. Киселев выразил очень кратко: "Автор... прежде всего ставил себе целью достигнуть трех качеств хорошего учебника: точности (!) в формулировке и установлении понятий, простоты (!) в рассуждениях и сжатости (!) в изложении" [5, с. 3].

Глубокая педагогическая значительность этих слов как-то теряется за их простотой. Но эти простые слова стоят тысяч современных диссертаций. Давайте вдумаемся.

Современные авторы, следуя наказу А. Н. Колмогорова, стремятся "к более строгому (зачем? — *И.К.*) с логической стороны построению школьного курса математики" [6, с. 98]. Киселев заботился не о "строгости", **а о точности** (!) формулировок, которая обеспечивает их правильное понимание, адекватное науке. Точность — это соответствие смыслу. Пресловутая формальная "строгость" ведет к отдалению от смысла и, в конце концов, полностью уничтожает его.

Киселев даже не употребляет слова "логика" и говорит не о "логичных доказательствах", вроде бы неотъемлемо свойственных математике, а о "**простых рассуждениях**". В них, в этих "рассуждениях", разумеется, присутствует логика, но она занимает подчиненное положение и служит педагогической цели — понятности и убедительности (!) рассуждений для учащегося (а не для академика).

Наконец, **сжатость**. Обратите внимание, — не краткость, а сжатость! Как тонко чувствовал Андрей Петрович тайный смысл слов! Краткость предполагает сокращение, выбрасывание чего-то, может быть, и существенного. Сжатость — сжимание без потерь. Отсекается только лишнее, — отвлекающее, засоряющее, мешающее сосредоточению на смыслах. Цель краткости — уменьшение объема. Цель сжатости — чистота сути! Этот комплимент в адрес Киселева прозвучал на конференции "Математика и общество" (Дубна) в 2000 г.: "Какая чистота!"

Замечательный Воронежский математик Ю. В. Покорный, "болеющий школой", установил, что методическая архитектура учебников Киселева наиболее согласована с психологогенетическими законами и формами развития юного интеллекта (Пиаже-Выготский), восходящими к Аристотелевой "лестнице форм души". "Там (в учебнике геометрии Киселева — *И.К.*), если кто помнит, изначально изложение нацелено на сенсо-моторное мышление (наложим, т.к. отрезки или углы равны, другой конец или другая сторона совпадают и т.д.). Затем отработанные схемы действий, обеспечивающие начальную (по Выготскому и Пиаже) геометрическую интуицию, комбинациями приводят к возможности догадок (инсайту, ага-переживанию). При этом наращивается аргументация в форме силлогизмов. Аксиомы появляются лишь в конце планиметрии, после чего возможны более строгие дедуктивные рассуждения. Не зря в когдатошние времена именно геометрия по Киселеву прививала школьникам навыки формально-логических рассуждений. И делала это достаточно успешно" [7, с. 81-82].

Вот где еще одна тайна чудесной педагогический силы Киселева! Он не только психологически правильно подает каждую тему, но строит свои учебники (от младших классов к старшим) и выбирает методы соответственно возрастным формам мышления и возможностям понимания детей, неторопливо и основательно развивая их. Высший уровень педагогического мышления, недоступный современным дипломированным методистам и преуспевающим авторам учебников.

А теперь хочу поделиться одним личным впечатлением. Преподавая во втузе теорию вероятностей, я всегда испытывал дискомфорт при разъяснении студентам понятий и формул комбинаторики. Студенты не понимали выводов, путались в выборе формул сочетаний, размещений, перестановок. Долго не удавалось внести ясность, пока не осенила мысль обратиться за помощью к Киселеву, — я помнил, что в школе эти вопросы не вызывали никаких затруднений и даже были интересны. Сейчас этот раздел выброшен из программы средней школы, — таким путем Минпрос пытался решить созданную им самим проблему перегрузки. Так вот, прочитав изложение Киселева, я был изумлен, когда нашел у него решение конкретной методической проблемы, которая долго не удавалась мне. Возникла волнующая связь времен и душ, — оказалось, что А. П. Киселев знал о моей проблеме, думал над ней и решил ее давным-давно! Решение состояло в умеренной **конкретизации** и психологически правильном построении фраз, когда они не только верно отражают суть, а учитывают ход мысли ученика и направляют ее. И надо было изрядно помучиться в многолетнем решении методической задачи, чтобы оценить искусство А. П. Киселева. Очень незаметное, очень тонкое и редкостное педагогическое искусство. **Редкостное**! Современным ученым педагогам и авторам коммерческих учебников следовало бы заняться исследованиями учебников учителя гимназии А. П. Киселева.

А. М. Абрамов (один из реформаторов-70, — он, по его признанию [8, с. 13], участвовал в написании "Геометрии" Колмогорова) честно признает, что только после многолетнего изучения и анализа учебников Киселева стал немного понимать скрытые педагогические "тайны" этих книг и "глубочайшую педагогическую культуру" их автора, учебники которого — "национальное достояние" (!) России [8, с. 12-13].

И не только России, — в школах Израиля все это время без комплексов пользуются учебниками Киселева. Этот факт подтверждает директор Пушкинского Дома академик Н. Скатов: "Сейчас все чаще специалисты утверждают, что, оказывается, учебник Щербы по русскому языку все-таки перекрывает все новейшие учебники, и, кажется, пока мы (?) бесшабашно (?) предавались математическим экспериментам, умные израильтяне обучали алгебре по нашему хрестоматийному Киселеву." [9, с. 75].

У нас же все время придумываются препятствия. Главный аргумент: "Киселев устарел". Но что это значит?

В науке термин "устарел" применяется к теориям, ошибочность или неполнота которых установлена их дальнейшим развитием. Что же "устарело" у Киселева? Теорема Пифагора или что-то еще из содержания его учебников? Может быть, в эпоху быстродействующих калькуляторов устарели правила действий с числами, которых не знают многие современные выпускники школ (не умеют складывать дроби)?

Наш лучший современный математик, академик В. И. Арнольд почему-то не считает Киселева "устаревшим". Очевидно, в его учебниках нет ничего не верного, не научного в современном смысле. Но есть та высочайшая педагогическая и методическая культура и добросовестность, которые утрачены нашей педагогикой и до которой нам никогда больше не дотянуться. Никогда!

Термин "устарел" — всего лишь лукавый прием, характерный для модернизаторов всех времен. Прием, воздействующий на подсознание. Ничто подлинно ценное не устаревает, — оно вечно. И его не удастся "сбросить с парохода современности", как не удалось сбросить "устаревшего" Пушкина РАППовским модернизаторам русской культуры в 20-х годах. Никогда не устареет, не будет забыт и Киселев.

Другой аргумент: возвращение невозможно из-за изменения программы и слияния тригонометрии с геометрией [10, с. 5]. Довод не убедительный — программу можно еще раз изменить, а тригонометрию разъединить с геометрией и, главное, с алгеброй. Более того, указанное "соединение" (как и соединение алгебры с анализом) является еще одной грубой ошибкой реформаторов-70, оно нарушает фундаментальное методическое правило — трудности разъединять, а не соединять.

Классическое обучение "по Киселеву" предполагало изучение тригонометрических функций и аппарата их преобразований в виде отдельной дисциплины в X классе, а в конце — приложение усвоенного к решению треугольников и к решению стереометрических задач. Последние темы были замечательно методически проработаны с помощью последовательности типовых задач. Стереометрическая задача "по геометрии с применением тригонометрии" была обязательным элементом выпускных экзаменов на аттестат зрелости. Учащиеся хорошо справлялись с этими задачами. А сегодня? Абитуриенты МГУ не могут решить простую планиметрическую задачу!

Наконец, еще один убийственный аргумент, — "у Киселева есть ошибки" (проф. Н. Х. Розов). Интересно, какие же? Оказывается, — пропуски логических шагов в доказательствах.

Но это же не ошибки, это сознательные, педагогически оправданные пропуски, облегчающие понимание. Это — классический методический принцип русской педагогики: "не следует стремиться сразу к строго логическому обоснованию того или иного математического факта. Для школы вполне приемлемы "логические скачки через интуицию", обеспечивающие необходимую доступность учебного материала" (из выступления видного методиста Д. Мордухай-Болтовского на Втором Всероссийском съезде преподавателей математики в 1913 г).

Модернизаторы-70 заменили этот принцип антипедагогическим псевдонаучным принципом "строгого" изложения. Именно он уничтожил методику, породил непонимание и отвращение учащихся к математике. Приведу пример педагогических уродств, к которым ведет этот принцип.

Вспоминает старый новочеркасский учитель В. К. Совайленко. "25 августа 1977 г. проходило заседание УМСа МП СССР, на котором академик А. Н. Колмогоров анализировал учебники математики с 4-го по 10-й классы и рассмотрение каждого учебника заканчивал фразой: "После некоторой корректировки это будет прекрасный учебник, и если вы правильно понимаете этот вопрос, то вы одобрите этот учебник". Присутствовавший на заседании учитель из Казани с сожалением сказал рядом сидящим: "Это же надо, гений в математике — профан в педагогике. Он не понимает, что это не учебники, а уроды, и он их хвалит". В прениях выступил московский учитель Вайцман: "я прочитаю из действующего учебника геометрии определение многогранника". Колмогоров, выслушав определение, сказал: "Верно, все верно!". Учитель ему ответил: "В научном отношении все верно, а в педагогическом — вопиющая безграмотность. Это определение напечатано жирным шрифтом, значит, для обязательного заучивания, и занимает полстраницы. Так разве суть школьной математики в том, чтобы миллионы школьников зубрили определения в полстраницы учебника? В то время, как у Киселева это определение дано для выпуклого многогранника и занимает менее двух строк. Это и научно, и педагогически грамотно." О том же говорили в своих выступлениях и другие учителя. Подводя итоги, А. Н. Колмогоров сказал: "К сожалению, как и прежде, продолжалось ненужное критиканство вместо делового разговора. Вы меня не поддержали. Но это не имеет значения, т. к. я договорился с министром Прокофьевым и он меня полностью поддерживает." Данный факт изложен В. К. Совайленко в официальном письме в адрес ФЭС от 25.09.1994 г.

Еще один интересный пример профанации педагогики специалистами-математиками. Пример, неожиданно приоткрывший одну поистине "тайну" Киселевских книг. Лет десять назад присутствовал я на лекции крупного нашего математика. Лекция посвящалась школьной математике. В конце задал лектору вопрос, — как он относится к учебникам Киселева? Ответ: "Учебники хорошие, но они устарели". Ответ банален, но интересно было продолжение, — в качестве примера лектор нарисовал Киселевский чертеж к признаку параллельности двух плоскостей. На этом чертеже плоскости резко изгибались для того, чтобы пересечься. И я подумал: "Действительно, какой нелепый чертеж! Нарисовано то, чего быть не может!" И вдруг отчетливо вспомнил подлинный чертеж и даже его положение на странице (внизу-слева) в учебнике, по которому учился почти сорок лет назад. И почувствовал связанное с чертежем ощущение мускульного напряжения, — будто пытаюсь насильственно соединить две непересекающиеся плоскости. Сама-собой возникла из памяти четкая формулировка: "Если две пересекающиеся прямые одной плоскости параллельны ...", а вслед за ней и все короткое доказательство "от противного". Я был потрясен. Оказывается, Киселев запечатлел в моем сознании этот осмысленный математический факт навечно (!).

Наконец, пример непревзойденного искусства Киселева сравнительно с современными авторами. Держу в руках учебник для 9-го класса "Алгебра-9", изданный в 1990 году. Автор — Ю. Н. Макарычев и К$^{\text{о}}$, и между прочим, именно учебники Макарычева, а также Виленкина, приводил в качестве примера "недоброкачественных, ...безграмотно выполненных" Л. С. Понтрягин [2, с. 106]. Первые страницы: §1. "Функция. Область определения и область значений функции". В заголовке указана цель — разъяснить ученику три взаимосвязанных математических понятия. Как же решается эта педагогическая задача? Вначале даются формальные определения, потом множество разношерстных абстрактных примеров, затем множество хаотичных упражнений, не имеющих рациональной педагогической цели. Налицо перегрузка и абстрактность. Изложение занимает **семь** страниц. Форма изложения, когда начинают с невесть откуда взявшихся "строгих" определений и затем "иллюстрируют" их примерами, трафаретна для современных научных монографий и статей.

Сравним изложение той же темы А. П. Киселевым (Алгебра, ч. 2. М.: Учпедгиз. 1957). Методика обратная. Начинается тема с двух примеров — бытового и геометрического, эти примеры хорошо знакомы ученику. Примеры подаются так, что естественно **приводят** к понятиям переменной величины, аргумента и функции. После этого даются определения и еще 4 примера с очень краткими пояснениями, их цель — проверить понимание ученика, придать ему уверенности. Последние примеры тоже близки ученику, они взяты из геометрии и школьной физики. Изложение занимает **две** (!) страницы. Ни перегрузки, ни абстрактности! Пример "психологического изложения", по выражению Ф. Клейна. Показательно сравнение объемов книг. Учебник Макарычева для 9 класса содержит 223 страницы (без учета исторических сведений и ответов). Учебник Киселева содержит 224 страницы, но рассчитан на **три** года обучения — для 8-10 классов. Объем увеличился в **три** раза!

Сегодня очередные реформаторы стремятся уменьшить перегрузку и "гуманизировать" обучение, якобы заботясь о здоровье школьников. Слова, слова... На самом же деле, вместо того, чтобы сделать математику понятной, они уничтожают ее основное содержание. Сначала, в 70-х гг. "подняли теоретический уровень", подорвав психику детей, а теперь "опускают" этот уровень примитивным методом выбрасывания "ненужных" разделов (логарифмы, геометрия и др.) и сокращением учебных часов [11, с. 39-44].

Подлинной гуманизацией было бы именно возвращение к Киселеву. Он сделал бы математику вновь понятной детям и любимой. И этому есть прецедент в нашей истории: в начале 30-х годов прошлого века "устаревший" "дореволюционный" Киселев, возвращенный "социалистическим" детям, мгновенно поднял качество знаний и оздоровил их психику. И, может быть, помог одержать победу в Великой войне.

Главным препятствием являются не аргументы, а кланы, контролирующие Федеральный комплект учебников и выгодно размножающие свою учебную продукцию. Такие деятели "народного просвещения", как недавний председатель ФЭС Г. В. Дорофеев, который поставил свое имя уже, наверное, на сотне учебных книг, выпущенных "Дрофой", Л. Г. Петерсон [12, с. 102-106], И. И. Аргинская, Е. П. Бененсон, А. В. Шевкин (см. сайт "www.shevkin.ru"), и пр., и пр. Оцените, к примеру, современный педагогический шедевр, нацеленный на "развитие" третьеклассника:

"Задача 329. Для определения значений трех сложных выражений учеником выполнены такие действия: 320·3, 318+507, 169·3, 248:4, 256+248, 231·3, 960-295, 62+169, 504:4, 256+62, 126+169, 256+693. 1. Выполни все указанные действия. 2. Восстанови сложные выражения, если одно из действий встречается в двух из них (??). 3. Предложи свое продолжение задания." [13].

Но Киселев вернется! В разных городах уже есть учителя, которые работают "по Киселеву". Начинают издаваться его учебники. Возвращение незримо грядет! И вспоминаются слова:

"Да здравствует солнце!
Да скроется тьма!"

Литература

[1] Математика (приложение к газете "Первое сентября"). 1999, №11.

[2] Понтрягин Л. С. О математике и качестве ее преподавания // Коммунист. 1980, №14.

[3] Учительская газета. 2001, №44.

[4] Математика в школе. 2002, №2.

[5] Орловский университет. 2002, №7.

[6] На путях обновления школьного курса математики. М.; Просвещение, 1978.

[7] Покорный Ю. В. Унижение математикой. Воронеж, 2006.

[8] Учительская газета. 1994, №6.

[9] Математика в школе. 2003, №2.

[10] Математика в школе. 2000, №1.

[11] Образование, которое мы можем потерять. М. 2002, с. 39-44.

[12] Костенко И. П. Теоретико-множественный “подход” к первокласснику // Начальная школа. 1999, №4.

[13] Аргинская И. И., Ивановская Е. И. Математика, 3 класс. Самара, 2003.

Костенко Игорь Петрович,
кандидат физ.-мат. наук,
доцент кафедры “Высшая математика-1”
Ростовского государственного университета
путей сообщения (Краснодарский филиал).

email: kost@kubannet.ru

Из опыта преподавания планиметрии по Киселеву в средних и старших классах

С. Б. Трепакова

Автор описывает опыт преподавания геометрии в средних и старших классах по учебнику Киселева, а также предлагает подборку задач для промежуточного контроля и для повторения курса планиметрии в 10 классе.

Специфика геометрии состоит в том, что задачи, возникающие в процессе ее изучения, являются, как правило, поисковыми, то есть не имеющими явного алгоритма решения. При решении таких задач раскрывается и реализуется суть исследовательской деятельности: ученик должен вычленить проблемы, проанализировать, разрешить их и проверить правильность полученного решения.

При обучении детей такие задачи приобретают особую роль, поскольку обеспечивают достижение важнейшей цели современной дидактики — развития продуктивного, эвристического, творческого мышления учащихся. Решая такие задачи, нельзя обойтись одним только логическим мышлением, а требуется проявить математическую интуицию, находчивость, изобретательность, гибкость мышления.

В методике преподавания геометрии традиционно выделяют три основных типа задач:

- на доказательство,
- на вычисление,
- на построение.

Задачи также подразделяются на **простые** и **сложные**. Задача считается сложной, если она является "многоидейной", и ее можно разложить на более простые задачи, решение которых приведет к решению основной.

По своим дидактическим целям задачи можно подразделить на два вида:

1. **Тренировочные**, главная цель которых — выработка прочных навыков и умений.
2. **Творческие (нестандартные)** задачи, требующие творческого мышления.

К сожалению, в большинстве школьных учебников преобладают простые "одношаговые" задачи первого типа, тренировочные. При решении таких задач школьнику достаточно догадаться, какую теорему или формулу надо применить, и получить ответ. Как правило, нужная теорема находится в этом же параграфе.

У многих учеников в результате складывается превратное впечатление, что геометрия неинтересна, а задачи по геометрии слишком легкие. Однако, когда успешный, казалось бы, ребенок попадает на олимпиаду по математике, то любая задача по геометрии вызывает непреодолимые трудности. И неудивительно! Ведь на уроках не возникало даже речи о таких задачах. А это издержки современной системы образования. На уроках геометрии целесообразно систематически разбирать решения олимпиадных задач.

"Настоящие" геометрические задачи в большинстве своем являются "неалгоритмическими", "многошаговыми", поисковыми. Такие задачи обладают, казалось бы, несовместимыми свойствами: нужно, чтобы ученик смог ее решить, не зная, как ее надо решать, а учитель мог бы научить ее решать, не показывая, как решать. Решение задач, не сводясь к алгоритму, должно быть построено на некоторых общих приемах мышления, которыми может и должен овладеть ученик на уроках математики.

Именно на такие задачи ориентирован учебник "Геометрия 7–9" А. П. Киселева. Этот учебник был создан в конце 19-го века (1893 г.) известнейшим русским педагогом-математиком Андреем Петровичем Киселевым. Содержание и стиль учебника можно считать в какой-то мере устаревшими (в учебнике отсутствуют темы "Векторы и координаты", "Движения на плоскости"), однако простота, доходчивость и логичность изложения материала, великолепные подборки задач по темам оставляют этот учебник значимым, актуальным и востребованным и в настоящее время.

Единственное, что может не устраивать учителей в учебнике Киселева — это то, что к нему нет поурочных планов и дидактических материалов. Он рассчитан на думающего, творческого учителя, который в процессе работы с учениками сам создает дидактические материалы (это сильно способствует повышению квалификации самого учителя).

На собственном опыте работы я поняла, что готовиться к преподаванию геометрии по Киселеву надо заранее (желательно в спокойные летние месяцы). Это касается в первую очередь подборки дополнительных задач к урокам геометрии.

Дело в том, что построение учебника геометрии Киселева достаточно академичное в том смысле, что теоретический раздел не разбавлен подборкой задач к каждому отдельному пункту теории, зато в конце каждой главы приведена система возрастающих по сложности упражнений-задач на доказательство и на построение. Эти задачи, как правило, требуют знания уже всей пройденной теории главы. Поэтому их можно рассматривать действительно только в конце изучения главы как обобщение изученной теории.

Для учащихся среднего звена, и в особенности для семиклассника, такой лекционный способ обучения не годится в силу психологических и возрастных особенностей. Для поддержания мотивации, интереса к предмету необходима система дополнительных промежуточных задач. С этой проблемой учитель сталкивается уже на первых уроках геометрии в 7 классе, когда теории слишком мало, чтобы решать какие-либо интересные творческие геометрические задачи. Недостаток сопровождения теоретического материала задачами чувствуется вплоть до темы “Признаки равенства треугольников”.

Решение проблемы пополнения задач в этот период приходит из опыта работы в старших классах. Именно в начале 7 класса на уроках геометрии можно и нужно выводить на “автопилот” решение задач с отношениями отрезков на прямой, а также давать первое понятие о геометрических местах точек. Приведу серию задач для первых уроков геометрии в 7 классе.

1) Даны несколько точек на прямой. Сколько отрезков и сколько лучей на чертеже, если даны а) точки A и B; б) точки A, B и C; в) точки A, B, C и D; г) n разных точек.

2) На прямой a заданы точки A и B. Найдите на прямой a все такие точки M, что а) $AM = MB$; б) $2AM = MB$.

3) Точки A, B, C принадлежат прямой a. Найдите длину отрезка AC, если а) AB=4,2; BC=5,7; б)AB=2,8; BC=2,1.

4) Точки A, B, C, D принадлежат прямой a. Точка M — середина AB, N — середина CD. Найдите MN, если а) $AB = 1,2$; $BC = 1,7$; $CD = 2,2$; $AD = 5,1$; б) $AC = 1,1$; $BC = 1,3$; $BD = 3,5$; $AD = 5,9$; в) $AC = 5$; $BD = 7$.

5) Даны отрезки длиной 1,3 и 1,7. Построить отрезок длиной а) 3; б) 0,4; в) 0,9; г) 1.

6) Точки P и K принадлежат отрезку AB длины 3, и известно, что $AP = 1,7$; $BK = 1,8$. Найдите длину отрезка PK.

7) Длина отрезка AB равна 4, точки M и K принадлежат отрезку AB. Известно, что $AM : MK : KB = 1 : 2 : 3$. Найдите длину MK.

8) Решите предыдущую задачу, если точки M и K лежат на прямой AB.

9) Точка M принадлежит отрезку AB, $AB = 3$. Найдите длину MB, если а) $AM = 2MB$; б) $2AM = 3MB$; в) $AM : MB = 1 : 5$; г) $AM - MB = 2$; д) $3AM + 2BM = 7$; е) $AM^2 - BM^2 = 3$.

10) Решите предыдущую задачу, если точка M лежит на прямой AB.

11) Две точки движутся по прямой. На какую величину сместится середина отрезка с концами в этих точках, если одна переместится на 1, а другая на 3 и точки движутся а) в одном направлении; б) в разных направлениях.

12) Точки A, B и C принадлежат прямой m. Найдите и отметьте на прямой m все такие точки M, что а) M ближе к A, чем к B; б) M ближе к B, чем к C; в) M ближе к A, чем к B, и M ближе к B, чем к C. (Формирование понятия ГМТ).

13) Точка B принадлежит отрезку AC, $AB = 2$; $BC = 1$. На прямой AB найдите ГМТ точек M таких, что $AM + MB = CM$.

14) Точки A, B, C, D принадлежат прямой a. Укажите ГМТ точек M на прямой a таких, что $AM + BM = CM + DM$, если а) точки расположены в порядке A, B, C, D и $AB = 1$, $BC = 2$, $CD = 3$; б) точки расположены в порядке A, C, B, D и $AB = CD = 4$, $BC = 3$.

15) Точка M принадлежит отрезку AB. Найти ГМТ точек M таких, что
а) $\frac{AM}{BM} > 1$; б) $\frac{AM}{BM} \geq 2$; в) $\frac{AM}{BM} \leq \frac{1}{3}$; г) $1 < \frac{AM}{BM} < 2$; д) $2 \leq \frac{AM}{BM} < 3$; е) $\frac{1}{2} \leq \frac{AM}{BM} < 2$.

16) Решите предыдущую задачу, если точка M лежит на прямой AB.

Данная серия задач со всей определенностью покажет ученику, что в математике нельзя остановиться на одном найденном ответе, а следует рассматривать все возможные случаи. При решении задач окажется, что интуиция может подвести, и все нужно четко обосновывать алгебраическими расчетами и выкладками.

Такие и аналогичные задачи можно решать в 7 классе вплоть до тем “Признаки равенства треугольников”, “Свойства серединного перпендикуляра к отрезку и свойства биссектрисы угла треугольника”. Затем удобно переходить к задачам на построение на плоскости по учебнику Киселева.

Вообще, подборку задач вполне можно составлять, пользуясь всеми окружающими источниками:

- учебниками (И. Ф. Шарыгин “Геометрия 7-9”, И. М. Смирнова, В. А. Смирнов “Геометрия 7-9”, А. Д. Александров “Геометрия 7-9”, “Геометрия 8-9” и другие);
- сборниками задач (Н. А. Рыбкин “Сборник задач по геометрии” к учебнику Киселева; П. Я. Великина “Сборник задач по геометрии” М.: Просвещение, 1971; В. В. Прасолов “Задачи по планиметрии ч.1, ч.2” М.: Физматлит, 1995; разные сборники олимпиадных задач и другие);
- геометрическими задачами из математических олимпиад разного уровня.

Особенный эффект на школьников производят слова учителя о том, что только что решенная **совместными** усилиями на уроке (например в 7 или 8 классе) задача была предложена на городской олимпиаде по математике в 9 классе (и вызвала большие затруднения у участников), а решить ее мы смогли, опираясь на теорию 7 класса.

Включение таких задач в учебный процесс, как показывает опыт, сильно поднимает мотивацию к учебе у школьников, повышает самооценку и веру в свои собственные силы.

Хочется также остановиться на проблеме продолжения решения задач по планиметрии в курсе математики 10-11 класса. Всем известно, что содержание курса геометрии 10-11 классов — это стереометрия, следовательно, уроков планиметрии по программе не предусмотрено. И у выпускника, планирующего сдавать ЕГЭ по математике или планирующего поступать в вуз со сдачей экзамена по математике, закономерно возникают очевидные трудности с решением планиметрических задач на экзаменах.

Конечно, при решении задач в курсе стереометрии мы используем некоторые знания из планиметрии (теоремы для решения треугольников, свойства и признаки четырехугольников и некоторых другие). Однако выпадают из рассмотрения и за два года утрачиваются такие важные теоремы, как теорема о биссектрисе угла треугольника, теорема о касательной и секущей, соотношения в прямоугольном треугольнике, теорема о соотношении сторон и диагоналей параллелограмма, теоремы Чевы и Менелая (возможно, последние теоремы даже не рассматривались в 7-9 классах).

Я и многие коллеги-математики считаем, что в 10 и 11 классах надо обязательно систематически в течение двух лет “нарешивать” задачи по планиметрии. Это можно организовать двумя способами: либо не жалеть времени и еженедельно выделять часть урока стереометрии для планиметрии, либо еженедельным факультативным уроком проводить планиметрию для всех желающих.

Планирование и распределение материалов по планиметрии может быть, например, таково:

10 класс. 1 полугодие

Повторить формулы и теоремы о треугольниках и четырехугольниках (1-2 урока).

Решение задач на вычисление и соотношения отрезков, площадей в треугольниках (7 уроков).

Решение задач на вычисление и соотношения отрезков, площадей в четырехугольниках (7 уроков).

2 полугодие

Повторить все об окружностях (1-2 урока).

Решение задач с окружностями (14 уроков).

11 класс. 1-2 полугодие

Решение задач ЕГЭ и вступительных экзаменов (24 урока).

Решение задач на ГМТ, построение и доказательство (10 уроков).

В заключение в качестве примера привожу подборку задач по планиметрии для первого полугодия 10 класса.

1) На стороне AC треугольника ABC расположены точки K и L так, что $AK : KL : LC = 4 : 3 : 2$. Точка M лежит на продолжении стороны BC за точку C, причем $BC : CM = 5 : 1$. Найти расстояние от точки M до прямой BL, если расстояние от точки K до прямой BL равно 15. (**Ответ:** 12).

2) Из точки O выходят три луча. На каждом луче взято по одной точке — A, B, C так, что $AB \perp OB$, $AC \perp OC$, и отрезки AC и OB пересекаются. Найти длины отрезков OA, OB, OC, если $AB = 3$, $AC = 6$ и $\cos\angle BOC = 0,6$. (**Ответ:** $\frac{3\sqrt{65}}{4}$; 21/4; 3/4).

3) Точка K лежит на стороне AB, а точка M — на стороне AC треугольника ABC, причем $AK : KB = 3 : 2$, $AM : MC = 4 : 5$. Прямая, проходящая через точку K параллельно BC, пересекает отрезок BM в точке P. Найти отношение $BP : PM$. (**Ответ:** 18:7).

4) Точка M лежит на стороне AB треугольника ABC и $AB = 3AM$. Точка K лежит на продолжении стороны AC за точку C, $AK = 2AC$. Найти, в каком отношении прямая MK делит отрезок BC. (**Ответ:** 4:1).

5) Точка D лежит на стороне AC, а точка E — на стороне BC треугольника ABC, причем $DE||AB$, $BC = CD$, $AB = 8$, $DE = 3$, $\angle ACB = 60°$. Найти длину стороны BC. (**Ответ:** 24/7).

6) В треугольнике ABC точка M лежит на стороне BC, точка N на стороне AC. Известно, что $BM : MC = 3 : 2$, $AN : AC = 4 : 7$. Отрезки BN и AM пересекаются в точке P. Найти, в каком отношении точка P делит отрезок BN. (**Ответ:** 21:8).

7) В прямоугольном треугольнике ABC с гипотенузой AB медиана AM пересекает биссектрису BN в точке K. Найти стороны треугольника ABC, если известно, что $BK = 3$, $KN = 2$. (**Ответ:** 7,5; 2,5$\sqrt{3}$; 5$\sqrt{3}$).

8) В равнобедренном треугольнике ABC с боковыми сторонами AC и BC проведены высота BH и медиана AM, которые пересекаются в точке P. Определить длину стороны AB, если известно, что $BP = 5$, $PH = 1$. (**Ответ:** $2\sqrt{10}$).

9) Дан треугольник ABC, в котором BM — медиана. Точка P лежит на стороне AB, точка Q — на стороне BC, причем $AP : PB = 2 : 5$, $BQ : QC = 1 : 6$. Отрезок PQ пересекает медиану BM в точке R. Найти $BR : RM$. (**Ответ:** 5/16).

10) В остроугольном треугольнике ABC на стороне AB выбрана точка D так, что $AD : DB = 4 : 5$. Известно, что треугольники ABC и ACD подобны, угол ABC равен $\arccos 3/4$, $CD = 10$. Определить радиус окружности, описанной около треугольника ABC. (**Ответ:** $\frac{12\sqrt{5}}{7}$).

11) В остроугольном треугольнике ABC известны $AB = 4$, $BC = 6$ и $\cos\angle ACB = 3/4$. Найти площадь треугольника. (**Ответ:** $\frac{15\sqrt{7}}{4}$).

12) Вне равностороннего треугольника ABC со стороной a выбрана точка M так, что отрезок AM пересекает сторону BC, а площади треугольников ABM, ACM и BCM пропорциональны числам 4, 1 и 2 соответственно. Найти длину отрезка AM. (**Ответ:** $a\sqrt{21}/3$).

13) Площадь треугольника ABC равна 24. AP — медиана треугольника ABC, BK — медиана треугольника ABP. Отрезок BK продолжен до пересечения с AC в точке N. Найти площадь четырехугольника $KPCN$. (**Ответ:** 10).

14) В параллелограмме $ABCD$ биссектрисы углов B и C пересекают сторону AD в точках M и K соответственно, а продолжения отрезков BM и CK пересекаются в точке P. Найти длину стороны AD, если известно, что $AB = 12$, и $PM : MB = 1 : 4$. (**Ответ:** 30).

15) В трапеции $ABCD$ основания AD и BC равны 20 и 10 соответственно, сторона AB равна 15. Найти, в каком отношении биссектриса угла A делит сторону CD. (**Ответ:** $1 : 4$).

16) В параллелограмме $ABCD$ диагональ AC образует со стороной AD угол в $30°$. Точка K — середина стороны CD. Отрезки AK и BD пересекаются в точке E. Найти длину диагонали AC, если расстояние от точки E до прямой BC равно 1. (**Ответ:** 3).

17) В трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC биссектриса угла BAD проходит через середину M стороны CD. Известно, что $AB = 5$, $AM = 4$. Найти длину отрезка BM. (**Ответ:** 3).

18) В треугольнике ABC биссектриса AL и медиана BM пересекаются в точке P. Известно, что площади треугольников APM и BPL равны соответственно 5 и 9. Найти площадь четырехугольника $MPLC$. (**Ответ:** 11).

19) В трапеции расстояние между серединами оснований равно полуразности длин оснований. Найти угол между продолжениями боковых сторон. (**Ответ**: $90°$).

20) В трапеции боковые стороны равны 11 и 7, а расстояние между серединами диагоналей равно 3. Найти расстояние между серединами оснований трапеции. (**Ответ:** $2\sqrt{19}$).

21) В ромбе $ABCD$ точка M на стороне BC и точка K на стороне AB расположены так, что $BK = BM = AB/3$. Найти длину стороны ромба, если известно, что $AM = 2\sqrt{17}$, $DK = \sqrt{29}$. (**Ответ:** $3\sqrt{5}$).

22) В квадрате $ABCD$ точка M лежит на BC, точка N — на CD так, что углы BAM и MAN равны. В каком отношении N делит сторону CD, если известно, что $BM : MC = 2 : 1$. (**Ответ:** 7:5).

23) Дан квадрат $ABCD$ со стороной 5. На его сторонах AB и AD выбраны соответственно точки E и F так, что $AE = AF = 3$. Отрезки DE и CF пересекаются в точке K. Найти EK. (**Ответ:** $\frac{21}{31}\sqrt{34}$).

24) В трапеции $ABCD$ основание AB вдвое больше основания CD. Точка M лежит на основании AB, $AM = 2MB$. Отрезок DM пересекается со средней линией EF в точке K. Известно, что F лежит на стороне AD, площадь треугольника FDK равна 1. Найти площадь четырехугольника $BEKM$. (**Ответ:** 9/4).

25) В тупоугольном равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC высота CH равна 24. Найти стороны треугольника ABC, если известно, что прямая, параллельная CH и делящая площадь треугольника пополам, пересекает его по отрезку длиной 15. (**Ответ:** 25, 25, 40).

26) Гипотенуза прямоугольного треугольника 10 см. Определить расстояние между ортоцентром и центром описанной около треугольника окружности. (**Ответ:** 5).

27) Найти отношение между параллельными сторонами трапеции, в которой средняя линия делится двумя диагоналями на 3 равные части. (**Ответ:** 1:2).

28) В равнобедренной трапеции $ABCD$ дан угол CAD, равный $60°$. Точка F делит пополам BO (O — точка пересечения диагоналей трапеции), точка K середина AO, точка M — середина боковой стороны CD. Доказать, что треугольник FKM равносторонний.

29) Основания трапеции относятся как $4 : 5$, а ее площадь равна 18. Найти площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины оснований и диагоналей трапеции. (**Ответ:** 1).

30) В трапеции $ABCD$ нижнее основание AD в три раза больше BC, равного a. Биссектриса угла A, равного $45°$, проходит через середину CD. Найти площадь трапеции. (**Ответ:** $4\sqrt{2}a^2$).

31) Дан правильный треугольник ABC со стороной 2. Через середину M стороны AB проведена прямая, пересекающая сторону AC в точке N и продолжение стороны BC в точке D. Площади треугольников AMN и NDC равны. Определить длину отрезка MN. (**Ответ:** $\sqrt{13}/3$).

32) На сторонах BC и CD параллелограмма $ABCD$ выбраны соответственно точки M и N. Прямые BN и AM пересекаются в точке K, так что $KN = 3BK$, $DN = 2CN$. Найти отношение $BM : MC$. (**Ответ:** 3:8).

33) В равнобедренной трапеции $ABCD$ длина основания AB равна 2. Диагональ BD трапеции, биссектриса угла A и высота CK, опущенная из вершины C на основание AB, пересекаются в одной точке. Определить длину основания CD, если угол A равен $60°$. (**Ответ:** $4-2\sqrt{3}$).

34) В правильном шестиугольнике $ABCDEF$ со стороной 1 точка M — середина AB. ME пересекается с CA в точке N. Найти длину NE. (**Ответ:** $3\sqrt{13}/7$).

35) В треугольнике ABC биссектриса BE и медиана AD перпендикулярны и обе равны по 4. Найти стороны треугольника ABC. (**Ответ:** $AB = \sqrt{13}$, $BC = 2\sqrt{13}$, $AC = 3\sqrt{5}$).

36) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) биссектрисы AM и BK пересекаются в точке O. Площадь треугольника BOM равна 25, площадь треугольника COM равна 30. Найти площадь треугольника ABC. (**Ответ:** 176).

Трепакова Светлана Борисовна,
старший преподаватель кафедры математики СУНЦ НГУ,
Соросовский учитель.

Email: box4tsb@tandex.ru

Из Послания “Образование, которое мы теряем”

В. К. Совайленко

Предлагаем вниманию читателей три имеющих отношение к проблеме учебника раздела из Послания педагогам и родителям учащихся опытного новочеркасского учителя Василия Климентьевича Совайленко. Полностью Послание вышло отдельной брошюрой в г. Новочеркасске в 2004 г.

Всем доступная математика

В школьном учебнике по математике примерно треть его объема занимает теория предмета, треть — упражнения и треть — задачи. Естественно, упражнения в основном нацелены на уяснение законов и правил математических действий. Вся сложность состоит в том, какого качества должны быть эти упражнения и какое должно быть оптимальное количество упражнений, чтобы все учащиеся хорошо и отлично овладели действиями с различными видами чисел. За многие годы педагогическая наука еще не касалась математических упражнений. Всегда этим занимались авторы учебников по своему усмотрению. Когда у нас не было Академии образования, то другого выхода не было. А теперь РАО имеет 14 экспериментальных школ и более 100 экспериментальных площадок, и уже давно можно было бы создать различные наборы упражнений с указанием среднестатистических данных результатов обучения. Тогда учителя и авторы учебников могли бы их использовать. Ведь ежегодно миллионы детей начинают обучение с различных упражнений. Чтобы наши дети были талантливыми и толковыми, нужно, чтобы педагогическая наука помогла им в решениях этих “мелких” и практически первостепенной важности вопросов.

29 апреля 2001 года Министр образования РФ В. М. Филиппов, выступая по 5-му каналу телевидения, сообщил, что Международные образовательные организации проверяли степень усвоения учебных программ нашими учащимися и установили, что по физике, химии, биологии и другим предметам усвоение составляет только 50%, но министр не объяснил причину столь ненормального положения: или завышены программы, или учебники с хорошей рекомендацией негодные, или имеются другие причины. При этом министр не упомянул, что даны строгие указания главным специалистам министерства и сотрудникам РАО в срочном порядке установить и устранить столь серьезные недостатки. Не исключено, что эти указания от министра не последовали потому, что он ничего тревожного в этих результатах не увидел.

В “Учительской газете” №35 за август 2000 года В. М. Филиппов сделал заявление: “Ведь сегодняшнее образование не совсем так уж и плохо”. Конечно, у каждого свое понимание, что такое плохо и что такое очень плохо, но министр — официальное лицо и должен всю систему образования ориентировать на надлежащий уровень, иначе царит хаос в понимании стандартов и уровней.

В газете “Педагогический вестник” №10 за май 1996 года академик РАО В. М. Монахов отмечает, что оценка “3” означает, что знания ученика соответствуют государственным требованиям стандарта. Для каждого класса у нас имеется одна программа, один стандарт, и если знания ученика соответствуют государственному стандарту, тогда ученику надо ставить не “3”, а “5”, а Монахов требует: чтобы получить “5”, надо еще выполнить задание повышенной сложности. Это незаконное требование. Аналогичная несуразность происходит и на выпускных экзаменах по алгебре в 9-м классе. Здесь экзамены проводятся по открытым вариантам, но по двум уровням. Первый из них определяет обязательный базовый уровень знаний, за который ученику выставляется “3”. Эта оценка для многих учеников считается унизительной и оскорбительной, а чтобы ученик получил “5”, от него требуют выполнить задание повышенной сложности. Это — незаконное требование. Если ученик усвоил государственный базовый уровень, к нему никто не имеет права предъявлять дополнительные требования. Если требуется поднять уровень знаний учащихся, тогда надо соответственно поднять государственный стандарт и не ориентировать учащихся на заниженные государственные уровни. Справедливо говорит первый заместитель Председателя Московского Комитета образования Л. Е. Курнешова: “Мне становится непонятной образовательная политика государства, когда она довольствуется достижением нижнего уровня планки. Почему именно этот минимальный уровень называется “Государственным стандартом”. Неужели основной формирующий смысл отечественной школы — это научить ребенка кое-как писать, читать и еще каким-то простейшим умениям” (см. “Педагогический вестник”, №4 за август 2001 года).

Исходя из возможностей школы в нынешних условиях государства, надо считать программы, учебники и методы обучения качественными, если 100% учащихся по каждому предмету имеют хорошие и отличные знания, и если эти знания ниже 70%, то это уже зона чрезвычайного положения. Вот такими должны быть верхняя и нижняя граница знаний учащихся. Это — не новость, её непременно достигают учителя-новаторы.

В свое время Л. Н. Толстой сформулировал постулат: “Все дети талантливы”. А. С. Макаренко сформулировал постулат-требование к школе: “Ни одного процента брака, ни одной сломанной жизни”. Долгое время эти постулаты оставались недоказанными. Но в 20 веке учителя-новаторы эти постулаты многократно доказали своим трудом, и у педагогических центров имеется достаточно оснований на каждом школьном учебнике эти постулаты отпечатать золотыми буквами, как непременное требование русской школы.

Святая обязанность учителей, руководителей школ и педагогических центров — осуществить это требование на практике.

В отношении математических упражнений еще раз отметим, что это не личное дело авторов, а государственное дело, и целесообразные наборы различных упражнений должны быть созданы научными центрами и обстоятельно проверены сравнительной экспериментальной практикой.

Что же касается математических задач в школьных учебниках, то здесь имеется еще больше различных сложностей. Задач можно составить неограниченное множество, но человечество поступило разумно: из имеющегося множества задач оно выделило 15 видов и типов задач, которые наиболее часто встречаются в жизни и которых достаточно для умственного логического развития учащихся. До 70-х годов все эти виды и типы задач в учебных программах были перечислены и имелись во всех сборниках задач. Таким образом, задачный материал в учебниках и сборниках задач был достаточно ясно определен. Если посмотреть на эти задачи от самых простых до более сложных, то все они представляют собой ступени логического развития мышления детей. К классификации задач по видам и типам человечество шло долго. Только в начале 20-го века наш русский методист И. И. Александров классифицировал школьные математические задачи по методам решения и по содержанию. Эта классификация не лишена недостатков, но она позволяет устанавливать общие приемы решения для различных видов и типов задач, чем и должна заниматься школьная математика. Для этого задачи в учебниках и сборниках располагались однородными группами по типам и видам. Каждый тип задач имел свое название и решался своим особым приемом, а каждый вид задач имеет целую серию разных задач. Перечислим их. Задачи на движение подразделяются: на движение двух тел в противоположных направлениях, на встречное движение, на движение в одном направлении, на движение по течению и против течения реки, с одновременным и разновременным стартом движения и с одинаковыми и разными скоростями. Следующий вид задач на совместную работу двух объектов: водопроводы, нефте- и газопроводы, электрические сети и все виды вокзалов, куда пребывают поезда, самолеты, автомобили, грузы и людские потоки. Третий вид задач — на различные смеси и сплавы металлов. До 70-х годов все типы и виды задач перечислялись в учебных программах и размещались группами в учебниках и сборниках задач. В 70-е годы все типы и виды административной властью без каких-либо экспериментальных проверок реформаторами были отвергнуты и систематизация задач была заменена бессистемным расположением задач в смешанном порядке всех видов и типов. Их лишили своих названий. Все задачи стали называть “текстовые”. Теперь учащиеся лишились возможности не только развивать логическое мышление с помощью типовых задач, но и возможности научиться решать задачи, так как каждая следующая задача решается новым методом, и ученики не успевают их усвоить. Вот почему так резко ухудшилось умение решать задачи. Это произошло и потому, что количество часов, отводимое учебным планом на изучение математики, все время уменьшалось без сравнительной экспериментальной проверки. В 5-9 классах в 1949 году было 900 часов, в 1975 г. — 800 часов, в 1999 г. — 650 часов, уменьшено на 27%. Но педагогические центры, не считаясь с происходящим ухудшением работы школы, настойчиво продолжают очередные разорительные модернизации.

Теперь посмотрим на то, как обстоит дело с тематикой математических задач в школьных учебниках. Теоретический материал и упражнения — это сугубо абстрактный материал. Школьная математика может связаться с окружающей жизнью только с помощью задач. К. Д. Ушинский писал, что изучаемый "предмет должен представлять для вас новость, но новость интересную, то есть такую новость, которая или дополняла бы, или подтверждала, или опровергала, или разбивала то, что уже есть в нашей душе, то есть, одним словом, такую новость, которая что-нибудь изменяла бы в следах у нас укоренившихся" (избр. педаг. произв., вып. IV, кн. 1. М., 1946 г., стр. 165). К сожалению, задачи, которыми ныне заполнены учебники математики, далеки от этих установок. Их справедливо учёный и педагог, профессор И. В. Арнольд ещё в 1946 году в журнале "Математика в школе", №2 назвал "сухой ватой", которую заставляют жевать детей изо дня в день в течение долгих лет. И. В. Арнольд писал: "Неужели же нельзя из огромной массы возможных задач отобрать для миллионов детей, из года в год решающих арифметические задачи, самые полезные, самые интересные, обдумать, отшлифовать условие, тематику, числовые данные в каждой такой задаче. Конечно, такая работа может и должна быть проделана, и тогда, когда соответствующие сборники задач будут в распоряжении учителя, его работа значительно облегчится. Имеющиеся под рукой сборники содержат материал, с точки зрения тематики и подбора числовых данных, либо прямо недоброкачественный, либо (в особенности, если рассмотреть весь материал от 1 до 5 класса) — крайне однообразный и скучный. И далее: "Общее число задач, которые каждый ученик должен решить в процессе обучения, не так уж велико. Поэтому уместно потребовать, чтобы каждая задача была настолько полноценной во всех отношениях, что можно было бы обосновать и защищать ее право на миллионный тираж. Выполнить это требование нашей методике несложно" (см. И. В. Арнольд "Принципы отбора и составления арифметических задач", Известия Академии педагогических наук РСФСР, №6, 1946 г.).

Однако, несмотря на чрезвычайную важность для обучения, это требование до сих пор не выполнено, а именно с его выполнения надо начинать восстанавливать школьный курс математики. Важно отметить, что И. В. Арнольд предложил новый способ систематизации задач с одинаковым математическим содержанием, который позволяет за счет умело подобранной тематики задач нейтрализовать их математическое однообразие и трафаретность. В сущности, И. В. Арнольд сделал важное открытие в методике математики.

Содержание задач нынешних учебников нацелено на уяснение законов и правил математических действий, а на что нацелена тематика задач, об этом ничего определенного сказать нельзя. Они обо всем и ни о чем. А это сотни страниц книги. Вот и возникает вопрос, каким основным темам должна быть посвящена тематика школьных задач? Вопрос о тематике задач — это не личное дело авторов учебников, а общенародное дело, и в нем надо обстоятельно разобраться, чтобы существенно повысить качество обучения учащихся. Нам представляется, надо исходить из следующих положений.

1. Поскольку в центре развития и прогресса общества стоит человек с его интересами и запросами, то одним из ведущих методологических направлений, вокруг которого должна формироваться тематика задач, должен быть человек.

Основой жизни общества является экономика, поэтому вторым ведущим методологическим направлением тематики задач должны составлять материально-экономические расчеты.

Основной целью всех наук является познание природы и общества, поэтому третьим ведущим методологическим направлением тематики задач должна быть познавательная тематика задач о природе и обществе.

Во всех случаях имеются в виду только те темы, которые доступны и интересны детям. В нынешних учебниках математики подобных задач очень мало, и потому предстоит большая работа по исправлению этого положения.

Имеется высказывание, что знание — столь драгоценная вещь, что его не зазорно добывать из любого источника, для чего должна быть использована и тематика школьных математических задач. Но знание само по себе еще ничего не значит. Знание становится силой, когда его применяют. Поэтому важно на практических, жизненных задачах научить учащихся их решать. Еще Я. А. Коменский в “Великой дидактике” писал: “Следует все изучать не для школы, а для жизни, чтобы ничего по выходе из школы не улетело на ветер”. Известный математик В. Г. Болтянский писал: “Задачи прикладного характера имеют в общеобразовательной школе важное значение, прежде всего, для воспитания интереса к математике. Учащиеся будут убеждаться в значении математики для различных сфер человеческой деятельности, в ее пользе и необходимости для практической работы, увидят широту возможных приложений математики, поймут ее роль в современной культуре” (см. “Математика в школе”, №5, 1985 г., стр.7).

Вот примеры задач с абстрактным содержанием.

Задача 1. Если число x умножить на 4, к произведению прибавить пятую часть числа x, сумму разделить на 15 и прибавить к полученному числу $\frac{13}{25}$ первоначального числа x, то получим 60. Какое число x?

Задача 2. Сумма цифр двузначного числа равна 11. Если к этому числу прибавить 63, то получится число, обозначенное теми же цифрами, но записанных в обратном порядке. Найдите это число.

Ученые-рецензенты главным достоинством этих задач считают то, что они содержат только чисто математическую информацию. Но школа должна научить учеников решать задачи и с нематематической информацией. Приведем примеры фабульных задач с познавательным содержанием.

Задача 3. Из яйца пчелиной матки выходит личинка, превращающаяся в куколку, из которой появляется взрослая пчела. На все три стадии (яйцо, личинка, куколка) уходит 21 день. Определите продолжительность каждой стадии, если вторая стадия в два раза, а третья в четыре раза больше первой.

Задача 4. В школьные годы для детей наиболее рационален четырехразовый режим питания: первый завтрак — составляет 25 %, второй завтрак — 15 %, обед — 40 %, ужин — 20 % дневного рациона. По этим данным постройте круговую диаграмму.

Эти последние две задачи ученые-математики бракуют как содержащие нематематическую информацию. Другие бракуют эти задачи потому, что они искусственные. Но надо же знать, что все задачи и упражнения в учебниках математики искусственные, и с их помощью развивается интерес к знаниям.

Имеющийся опыт показывает, что познавательные задачи должны составлять не менее половины всех задач, тогда на их фоне и абстрактные задачи и упражнения становятся более приемлемыми.

Отметим, что в 80-е годы 20-го столетия НИИ школ МП РСФСР разрабатывал тему: “Роль и место задач в обучении математике”. В седьмом выпуске его трудов за 1980 год подведены итоги этой работы. Они представляют хвалебный гимн школьным задачам, особенно фабульным с познавательной тематикой. Таким образом, и методическая наука, и школьная практика — за фабульные, познавательные задачи. Значит, имеются влиятельные силы, тормозящие процесс обновления школьных задач. Чтобы читатель мог конкретнее видеть этот спор, приведем примеры.

Вот перед нами рецензия ученого РАН, который забраковал учебник за то, что авторы наполнили учебник фабульными, познавательными задачами “с разнообразной нематематической информацией”, отвлекающей внимание учащихся от изучения самого предмета. Рецензенты-математики никогда не имеют претензий к абстрактным задачам, а к познавательным задачам из жизни — постоянные претензии, что и сдерживает обновление тематики школьных задач. А познавательные задачи, кроме вызываемого интереса учащихся, позволяют шире и глубже понять саму математику, так как дают возможность узнать и увидеть, что различные явления природы и жизни имеют одно и тоже математическое содержание. Надо осознать, что без фабульных, познавательных задач человек не может получить должного математического образования.

Некоторых математиков настораживает появление познавательных задач в учебниках математики потому, что, по их мнению, окружающая действительность — это как бы не по математическому ведомству. Нет нужды, заявляют они, требовать от предмета математики то, чего он не может и не должен давать. Наша задача, в первую очередь, формировать стиль мышления и не загромождать память учащихся разнообразными нематематическими сведениями. Выходит, что эти лица недопонимают, что для должного развития стиля мышления нужна разнообразная тематика жизненных задач.

На конкурсе учебников 1987 года отмечалось: “Некоторые задачи вызывают столь сильное эмоциональное удивление, что математическая сущность отступает на задний план и уже поэтому не следует допускать такие задачи в учебнике”. Вот в таких условиях подавления педагогического инакомыслия искусственно формировалось мнение о приверженности школы к абстрактным, схоластическим учебникам. Так было сформировано негативное отношение к познавательной тематике задач, что явилось общим ориентиром для конкурсной комиссии по математике 1987 года. Это предопределило то, что Конкурсная комиссия присудила первое место самым абстрактным учебникам по математике для 5 и 6-х классов авторов Э. Р. Нурк и А. Э. Тельгмаа. В этих учебниках нет не только фабульных, познавательных задач, взятых из жизни, но даже нет традиционных типовых задач. Чтобы эта порочная практика не осложняла работу школы и не могла бы повториться в будущем, пора официально признать, что жизненные познавательные задачи в школьных учебниках по математике не только желательны, но и обязательны для качественного уяснения предмета.

Как ни сложен путь познавательных фабульных задач в школе, но это неопровержимо верный путь. Вот как об этом говорил известный математик и педагог профессор В. Л. Гончаров: “При обучении математике губителен отрыв числа от отражаемых им отношений в окружающем нас мире и математической формулы — от его числового содержания” (“Арифметические упражнения и функциональная пропедевтика”, М.-Л., 1947 г, с. 7). Столь же важно заявление известного методиста академика РАО Ю. М. Колягина: “Сила методики состоит в том, чтобы от одной задачи получить максимальную образовательную отдачу, причем в разных аспектах” (журнал ”Советская педагогика”, №3, 1979 г., стр. 9). Это надо воспринимать не просто как высказывание, а как обязательную директиву.

В подтверждение важности этих высказываний приведу еще один пример. Я являюсь автором и соавтором нескольких сборников задач с жизненным содержанием. Обычно рецензенты из числа ученых-математиков скептически относились к этим задачам, но был случай, когда один солидный ученый, доктор физико-математических наук с восторгом говорил о наших жизненных задачах и искренне сожалел, что в некоторых из них встречаются биологические “несуразности”. Для примера приведу одну задачу.

Задача. На земле Франца-Иосифа цветковых видов растений произрастает в 6 раз меньше, чем на Новой Земле и в 4 раза меньше, чем на острове Врангеля. Сколько видов цветковых растений произрастает на каждой из этих территорий, если на Новой Земле произрастает цветковых растений на 70 видов больше, чем на острове Врангеля?

Замечание рецензента: “Очень сомневаюсь, что на этих северных территориях вообще есть какая-нибудь растительность. Там льды”.

В письме рецензенту я ответил, что эти данные взяты из “Детской энциклопедии”, как и многие другие данные и весь цифровой материал взят из справочников. Поэтому никаких цифровых “несуразностей” в задачах нет. Интересным был ответ профессора. Выходит, что мы, ученые, сами лишили себя возможности получить полезную информацию, и лишаем школьников возможности как бы мимоходом при обучении математике приобретать знания из различных областей человеческой деятельности. Это очень важно, и надо всемерно расширять и укреплять это направление.

Сегодня в недопустимо запущенном состоянии находится дело обучения детей решению задач. Это оказалась самой трудной частью математического образования, и она фактически осваивается учениками без помощи учебников, а на слух из слов учителя.

О трудностях решения школьных математических задач говорится много, но это происходит не потому, что школьные математические задачи трудны, а в результате искажения доступного всем без исключения обучения.

Уяснение решения всех видов и типов задач должно осуществляться на устных задачах, легко понимаемых и усваиваемых всеми учащимися. Для этого в учебниках должны быть специально введены таблицы устных задач каждого типа для уяснения общей идеи их решения с дидактическими рисунками на отрезках, и только после их уяснения можно переходить к решению задач с большими числами и величинами.

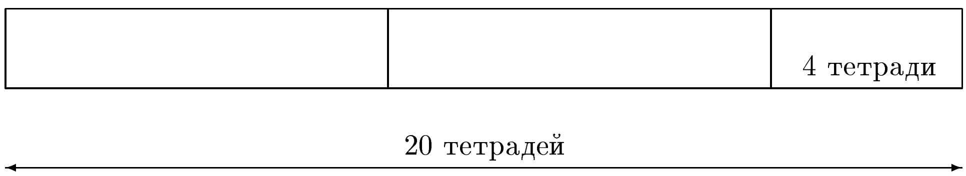
Еще в начале 20-го века всемирно известный методист В. А. Юнг говорил: “Дурное обучение наводит неизбежно на мысль, что предмет по силам только особенным умам, в то время как на самом деле он является знанием всеобщим, и притом, что его четырем главным правилам мы научаемся в детстве” (Как преподавать математику. Госиздат, Москва, 1924 г., с. 23). Школьная математика стала трудной из-за абстрактной тематики задач, отсутствия задач с жизненным содержанием, отсутствия должных наглядных, дидактических рисунков в учебниках математики, отсутствия образцов рассуждений при решении задач, из-за фактического отказа от устных задач и упражнений при обучении их решению и из-за слабых вычислительных навыков. Все это искусственно сделало школьную математику трудной для преобладающей части учащихся. Странно, что это стало традицией, и педагогические центры не принимают мер, чтобы коренным образом исправить положение.

Чтобы читатель мог убедиться в искусственно созданных трудностях, приведем конкретный пример решения типовой задачи.

Устно. Два ученика купили 20 тетрадей. Один из них купил на 4 тетради больше, чем другой. Сколько тетрадей купил каждый ученик?

Решение.

1) Дадим графическую иллюстрацию условия задачи



Если от 20 тетрадей отнять четыре тетради (20 – 4 = 16), то из рисунка видно, что полученное чисто 16 означает двойное количество тетрадей, купленных вторым учеником.

Определим число тетрадей, купленных вторым учеником: 16: 2 = 8 тетрадей.

Определим число тетрадей, купленных первым учеником: 8 + 4= 12 тетрадей.

Второе решение.

1) Если к 20 тетрадям прибавим еще четыре тетради, то получим (20 + 4 = 24). Из аналогичного рисунка увидим, что полученное число 24 означает двойное количество тетрадей; купленных первым учеником.

2) Определим число тетрадей, купленных первым учеником: 24 : 2= 12 тетрадей.

3) Определим число тетрадей, купленных вторым учеником: 12 – 4 = 8 тетрадей.

Проверка: 1) 12+8=20; 2) 12-8=4. Ответ: 12 и 8.

Аналогично решаются все задачи этого типа.

Эта задача рассмотрена для того, чтобы каждый мог понять, что в учебном классе не может быть ученика, который не смог бы усвоить решение этого типа задач, а если слабый класс, то решите еще несколько устных задач с рисунками, чтобы все прочно усвоили решения. Во всех последующих задачах этого типа будут только увеличиваться числа, но порядок решения не меняется. Столь же просто и доступно решаются все 15 типов и видов задач, которые при надлежащем обучении все учащиеся легко могут усвоить. Все приемы, облегчающие решение задач, воплощены в ростовских учебниках[1].

[1] О ростовских учебниках см. в третьем разделе настоящей публикации — *Прим. ред.*

На начальных стадиях обучения в учебниках должны быть образцы рассуждений при решении каждого вида задач и наборы логически взаимосвязанных однородных задач с нарастающей степенью трудности, расположенных группами. Типовые задачи становятся трафаретными не из-за своей природы, а из-за лености авторов учебников, которые представляют их в самом упрощенном виде. А интересы логического развития детей требуют того, чтобы в однородной группе задач каждая следующая была бы похожа на предыдущую, но в чем-то и отличалась от нее, то есть нужно варьирование дополнительными условиями, чтобы образовалась группа логически взаимосвязанных, однородных задач, которые нельзя решать по общему шаблону. Каждый раз для решения задачи ученик должен совершить свой мыслительный шаг.

Нельзя забывать, что подлинная педагогика — это не только наука, но и искусство делать детство духовно богатым, содержательным и радостным. Еще раз отметим, что сегодня уровень методической зрелости школьной математики настолько высок, что мы можем и должны навсегда расстаться с трудностью овладения школьными математическими задачами. Эти трудности созданы искусственно и должны быть изжиты.

Вот как о типовых задачах писал академик РАО Ю. К. Бабанский: "Нам представляются неоправданными выступления некоторых методистов против обучения школьников решению типовых задач. Отказ от таких методик дает мало выигрыша во времени, но ведет к искусственной перегрузке" ("Советская педагогика", №3, 1979 г., стр. 9). А вот как на все подобные выступления отвечал один из авторов учебника математики для 5-6 классов Н. Я. Виленкин: "Придется ломать сопротивление тех методистов, которые и по сей день восхваляют решение задач арифметическим способом" (журнал "Математика в школе", №4, 1988 г.). Как видим, блуждания продолжаются.

Наши математики уже внесли в программы дополнительные материалы, как у американцев. А вот что по этому поводу пишет известный методист Г. Левитас: "Откуда известно, что элементы теории вероятности надо внедрять в школу? Откуда известно, что элементы статистики нужно внедрять именно в курс математики? Никто не учил "современного учителя математики преподавать теорию вероятности и математическую статистику" (газета "Математика", №21 за июнь 2002 г., стр. 30).

Ещё раз отметим, что доктор физико-математических наук, профессор Н. Х. Розов пишет: "С прискорбием надо констатировать, что в последнее время, помимо классических — элементарной математики и высшей математики, сформировалась еще одна — "математика вступительных экзаменов", предприимчивые репетиторы уже сделали целую науку, не имеющую никакой образовательной ценности, но приносящую им существенные ценности материальные" (см. газета "Математика", №11 за март 1999 года).

В этом виновато Министерство образования России, разрешившее вузам на вступительных экзаменах спрашивать абитуриентов по внепрограммным заданиям. Эти же внепрограммные задания имеются и в материалах ЕГЭ, значит, перегрузка учащихся будет продолжаться. Вместо изучения программного материала учителя будут тратить время на освоение внепрограммных экзаменационных заданий. Надо установить законный государственный порядок в отношении уровня сложности заданий на вступительных экзаменах в вузы и в отношении фабульных познавательных задач в школе.

Пора всем понять, что решение задач — это не только уяснение предмета математики, но и средство развития образованности личности, возбуждение интереса к окружающей действительности с помощью познавательных фабульных задач с числовыми данными, взятыми из различных отраслей знаний. Очевидно, абстрактную науку математику только так и можно наглядно связать с окружающей жизнью, тем самым показывая учащимся её применимость не когда-то, а на каждом шагу сегодняшнего дня.

Научные и педагогические основы школьного учебника

Прогресс общества начинается с повышения уровня образованности населения. Его значимость существенно возросла в связи с тем, что человечество вошло в атомный век, космический, информационный и в век высоких наукоемких технологий производства. Это требует более высокого интеллектуального уровня развития всего населения страны, решаемого общеобразовательной школой. В этих условиях экономическое соревнование государств напрямую стало зависеть от успешной работы массовой школы. Для России вопрос о необходимости резкого повышения качества знаний всех учащихся в ближайшие годы — вопрос жизни и смерти. Если мы этого подъема не сделаем, то начавшееся сползание нашей страны в среду стран третьего мира станет неизбежным.

Для решения проблемы подъема уровня знаний, благодаря энтузиазму учителей-практиков, наша система образования имеет превосходные методики, позволяющие вооружить всех учащихся хорошими и отличными знаниями, о чем свидетельствует опыт тысяч учителей-новаторов. Но эти возможности в должной мере не используются, из-за чего преобладающая масса учащихся имеет слабые, посредственные знания. И если раньше с этим мирились, то теперь такой уровень знаний в школе, в принципе, недопустим, так как он наглядно убеждает учащихся в их интеллектуальной неполноценности, неспособности иметь хорошие и отличные знания. Это в массовом порядке лишает государство потенциальных талантов: массовый посредственный уровень знаний существует так долго, что все считают его как бы естественным, предопределенным природными способностями учащихся. Но это — страшное заблуждение, лишающее учащихся возможности иметь хорошие и отличные знания. Да, одаренные дети быстрее овладевают знаниями и умениями, но как показывает практика, при умелом обучении все учащиеся без исключения могут иметь хорошие и отличные знания. Именно такой должна быть рабочая позиция всех просвещенцев, родителей и учащихся.

Общеизвестно, что фундаментом обучения является школьный учебник. Для большей конкретности будем говорить, в основном, о школьном учебнике по математике. Традиционно такие учебники писали известные ученые-математики, соблюдая в учебниках чистую математику и высокую научность. На самом деле — это не учебники, а разновидности научных монографий, но так как по ним всегда занимались учащиеся, то их стали называть учебниками. Для учащихся они были сухими, скучными, непривлекательными, из-за чего школьная математика получила вековое прозвище "сухая математика". Несмотря на это, ученые-авторы учебников до сих пор считают, что их обязанность — представить учебник высоконаучным с чистой математикой, а учитель создаст педагогическую систему по своему вкусу. Нет, этого практика не подтверждает.

Для того чтобы учебник был школьным, его содержание, структурное построение и система изложения должны максимально соответствовать живому педагогическому процессу обучения: в учебнике должны быть выражены факторы, облегчающие усвоение учебного материала учащимися. К таким факторам относятся наглядные дидактические рисунки, чаще всего на отрезках, и системы наборов устных упражнений и задач, легко понимаемых и решаемых, а когда методы решения усвоены, тогда можно переходить к большим числам и величинам. Но посмотрите в учебники арифметики, алгебры и сборники задач, изданные даже в XX веке: там нет или почти нет наглядных рисунков и должных наборов устных упражнений и задач. Там нет подробных образцов решений и рассуждений для каждого вида и типа заданий, так как все это нарушает пресловутый принцип "чистой математики". Поэтому математику ученики изучают не по учебнику, а на слух со слов учителя. Это искусственно делает школьную математику трудной, непосильной для преобладающей части учащихся.

При коренной реформе школы в 70-е годы ученые-авторы учебников согласились, что педагогические элементы для облегчения усвоения учебного материала и факторы, облегчающие освоение материала, нужны, но не в учебнике, а в отдельных книжках для учителей и учащихся. Так и поступили.

Сегодня ученые-математики считают проблему школьного учебника математики решенной, если к учебнику еще прилагается 3-4 дополнительных пособия. Но качество знаний учащихся за прошедшие 30 лет не только не повысилось, а еще и понизилось. Значит, проблема учебника по математике остается нерешенной. Главная сложность состоит в том, как соединить научные знания с методами обучения.

Не все знают, какие большие требования сегодня предъявляются к современному уроку. В плане или конспекте урока учителя должны быть отражены различные цели, призванные сделать обучение воспитывающим, развивающим, с элементами исследования и историзма, с учетом внутрипредметных и межпредметных связей, с элементами политехнизма, профориентации, связи с искусством, краеведением, современностью, с использованием передового опыта, имеющихся дидактических, наглядных и технических средств обучения и многое другое, что непосредственно связано с темой урока и потому должно быть осуществлено на конкретном уроке. Все это должно быть представлено не как разобщенные элементы обучения, воспитания и развития, а как цельное слитное содержание, где каждый элемент и фактор уместно действует, выполняя свою роль в гармоничном развитии личности. В этих требованиях нет ничего надуманного для успешного обучения и воспитания, но, чтобы достичь этого, нельзя полагаться на то, что такая большая и сложная работа окажется посильной каждому учителю, в том числе и начинающему, а все должны давать уроки качественные. Вот и возникает вопрос, как помочь учителю вместить эту громаду полезных требований в тесные рамки урока, чтобы поднять качество обучения и не только преодолеть массовую троечно-двоечную успеваемость, но и добиться существенного повышения качества знаний всех или почти всех учащихся. Для этого важно, чтобы основные нормативные документы, определяющие жизнь школы (учебные планы, программы, учебники) были самыми совершенными. Представляется, что для достижения этой цели необходимо все имеющиеся учебные планы в течение 2-3 лет подвергнуть сравнительной экспериментальной проверке школьной практикой, установить среднестатистический рейтинг состояния здоровья, хороших и отличных знаний учащихся. Тогда учебный план с самым высоким среднестатистическим рейтингом надо признать победителем сравнительного эксперимента. Теперь этот план, согласно “Положению об экспериментальной проверке и оценке учебников”, направить на расширенный сравнительный эксперимент, и при положительном результате его можно внедрять в школу. Так же должны поступать и с учебными программами, учебниками, стандартами образования и другими нормативными документами. Кто-то может сказать, что это длинная процедура. Но какая польза от того, что мы, отбросив научные основы жизнедеятельности системы образования, за века не создали для школы качественных учебников, программ, учебных планов, эффективных методов обучения и потому до сих пор держим основную массу детей в болоте двоечно-троечной успеваемости, убеждая этим их, а затем и все взрослое население в природной умственной неполноценности. Учителя-новаторы раскрыли нам глаза, на практике доказав, что все дети талантливы и способны иметь хорошие и отличные знания при надлежащих методах обучения. А тот низкий уровень знаний, который еще до сих пор имеет место в школе — результат прискорбного векового педагогического недомыслия. К осознанию этого факта мы шли многие столетия. Теперь мы должны и обязаны перейти на законный научный путь решения проблем школы. Другого надежного и более короткого пути нет. Подобным образом мы должны поступать и с внедрением всех новшеств.

К сожалению, педагогические управленцы не считают нужным проверить новшество в узком сравнительном эксперименте, и если результат положительный, тогда еще провести сравнительный расширенный эксперимент. И только при положительном результате можно внедрять это новшество в школу. Нас часто преследуют неудачи именно из-за того, что мы не соблюдаем научно обоснованных требований. Только теперь мы начинаем осознавать, что учебник не только научная, но и педагогическая книга, а как создать учебник нового поколения, пока неясно. Педагогические центры ведут настойчивые разговоры не о качестве знаний, а о научном уровне учебников, но что такое научный уровень учебника и в каком виде он должен быть представлен в учебнике, остается неясным.

В послевоенные годы (1956, 1964, 1970 и 1987) педагогические центры вели широкомасштабные реформы модернизации по созданию учебников нового поколения. Но с каждой модернизацией качество знаний учащихся снижалось. Росло число учащихся, заявляющих о нежелании учиться и покинувших школу, и всё больше осложнялась работа высшей школы.

Имелись и другие обстоятельства, заставившие Коллегию Министерства образования РФ в декабре 1996 года исключить из Федерального комплекта все 1206 учебников как несоответствующие своему назначению. Это означает, что у нас принципиально неверные научные и организационно-педагогические основы построения школьного учебника по математике.

Попытаемся в какой-то мере разобраться в этих вопросах. Наши ученые-математики негласно представляют школьную математику как начальное подразделение математической науки и потому стремятся всемерно расширить школьные учебные программы по математике. Но еще в 1911 году известный педагог П. Ф. Каптерев разъяснил: "Общественное образование не есть изучение предметов, а есть развитие личности предметами".

Ученых всегда волновал вопрос, каким должен быть школьный предмет "математика". Известный немецкий математик Феликс Клейн на основании анализа международного опыта сделал вывод: "Изложение в школе, выражаясь образно, должно быть психологическим, а не систематическим" (Элементарная математика с точки зрения высшей, М.: 1987 г., Т. 1, стр. 17). Систематическое изложение имеет место в научных монографиях и трактатах. С этим выводом согласно все мировое сообщество математиков, то есть школьный курс математики должен строиться не на системе формально-логического изложения, а на психолого-педагогическом изложении материала в учебниках математики.

Вот как об этом говорит доктор физико-математических наук профессор Н. Х. Розов: "Проблему модернизации курса целесообразно решать, признав, что в школе изучается не наука и даже не "основы науки", а нечто совершенно иное — предмет "математика". Примером нормальных учебников, доступных всем учащимся, являются учебники А. Киселёва, поэтому наш лозунг — "Вперёд к обновленному Киселёву!" (газета "Математика", 11, 1999 г., стр. 2).

В школе осуществляется изучение учебных предметов с целью воспитания и развития учащихся с помощью данных предметов. Именно такое понимание воплощено в учебниках А. П. Киселёва. Учёные и методисты до сих пор не могут уяснить феномен живучести учебников Киселева. А он очень прост — в них присутствуют элементы педагогики. Главное — в этих учебниках соблюдена мера гармонии между научностью, доступностью и краткостью. Учебный материал изложен доходчиво, и осуществлен тщательный отбор материала, посильного каждому учащемуся. Например, в учебниках алгебры Киселева имеется только пять истин, сформулированных в виде теорем, а в действующих учебниках их сотни, и они должны доказываться на основе формально-логических заключений. Это всегда было трудно. К тому же это доказательство убедительно лишь для узкого круга специалистов, а для основной массы населения и учащихся — пустой звук.

Вот как об этом говорил академик Л. С. Понтрягин: "Математика не музыка, красота которой доставляет радость и широкой аудитории немузыкантов. Эстетическое наслаждение, порожденное лишь математической красотой, способен испытывать только узкий круг специалистов, и создавать ценности исключительно только в этом смысле — значит заведомо искажать высокое предназначение математики, замкнув ее только на себя, и тем самым фактически заставить работать на холостом ходу" (см. журнал "Коммунист", №14, 1980 г., с. 103).

Несмотря на то, что, во всём мире принято психолого-педагогическое изложение материала в учебниках математики, наши учёные и методисты продолжают судачить о высоком научном уровне учебника, не разъяснив учителям, что это такое и в каком виде он может соблюдаться в школьном предмете "математика".

Полнее других критерий научности был сформулирован известным ученым и педагогом А. Я. Хинчиным в 1949 г. В предисловии к переработанному им учебнику арифметики Киселева читаем: "Каждый учебник, хотя бы это был учебник для 5 класса средней школы, должен представлять собой единое логически систематизированное целое... и не должен в точности воспроизводить живого педагогического процесса... Включение в такой курс необъединенных никакой общей теоретической основой приемов решения отдельных, встречающихся на практике типовых задач, означало бы сползание от научного руководства к "рабочей книге". Эта установка соответствует требованиям научной монографии, а школьный учебник должен в точности воспроизводить живой педагогический процесс, рассматривая и решения типовых задач, и хорошо, если учебник представляет собой учебную рабочую книгу. Установкой А. Я. Хинчина руководствуются все авторы учебников. И вот посмотрим, к чему она приводит при реализации ее на практике. Из 115 первых параграфов учебника Киселева изучался только 21 параграф в таком порядке: 11, 12, 109, 11, 42, 61, 109, 81, 83... (см. "Планы уроков по арифметике в 5-ом классе", Н. Я. Зайцева и др. "Учпедгиз", 1954 г.).

В 1956 г. на тех же научных основах был создан учебник арифметики для 5-6 классов

И. Шевченко. Из 62 первых параграфов изучалось только 12 параграфов в таком порядке: 7, 6, 18, 9, 50, 26, 27, 51, 60, 34, 52... (см. "Методическая разработка по арифметике для 5-го класса", Е. Н. Саговская. "Учпедгиз", 1956 г.).

Сегодня некоторые педагоги считают, что надо вернуться к прежней практике раздельных учебников и сборников задач по математике, но это еще больше увеличивает хаос в обучении и усложнит работу учителя и учащихся. Для примера возьмем сборник задач С. А. Пономарева и Н. И. Сырнева ("Учпедгиз", 1961 г). Согласно разработке Е. Н. Саговской задачи и упражнения надлежит решать в такой последовательности: №№1, 14, 5, 20, 23, 30, 35, 37, 38, 57, 55, 48, 68, 70, 118, 119, 141, 45, 49, 50, 15, 120, 62, 64,142, 27, 59, 65, 88, 122, 75, 84, 79, 113, 91, 114, 92, 111, 143, 144, 108, 110, 148, 115, 102, 149, 145 и т.д.

Такой же хаос продолжается до сих пор в школьных учебниках математики. Например, в учебниках алгебры Киселёва и в задачниках к нему тема "Неравенства" рассматривалась на 11 страницах, на изучение которых отводилось 22 урока. За это время материал можно выучить обстоятельно. При этом никто из ученых не заявлял, что им не хватает знаний. Но это почему-то кому-то не понравилось, и объем учебника увеличился на целый порядок. И вот во что выродилась самоинициатива таинственных реформаторов. В нынешних учебниках алгебры под редакцией А. Теляковского неравенствам посвящается 53 страницы, да еще в указаниях для учителя 19 страниц упражнений, да в обязательных дидактических материалах 26 страниц. Итого — 98 страниц, более чем очевидно, что за 25 часов, отведенных программой, нельзя осилить столь большой объем материала, и учитель вынужден пропускать большую часть учебника. Ясно, что от строгой показной логической системы учебника дойдет до учащихся какой-то бессистемный остаток. И можно ли считать научно состоятельным учебник, если только 20% его содержания используется в учебной работе, а 80% выполняют бутафорную функцию, чтобы придать учебнику видимость логической системы?

Приведем более масштабный пример. В учебнике Киселева "Алгебра. Часть 2" для 8, 9 и 10 классов издания 1954 г. содержится 232 страницы, то есть меньше, чем 80 страниц на каждый учебный год. А в нынешнем учебнике алгебры под редакцией Теляковского только для одного 9 класса содержится 272 страницы. Как видим, авторы проблему научного уровня учебника решают произвольно за счет безразмерной перегрузки учащихся, не считаясь с тем, что бутафорный материал — это мусор, заслоняющий учителю и ученику тот материал, который составляет основы знаний и подлежит изучению.

Наличие бутафорного материала в школьном учебнике математики, во много раз превосходящего возможности усвоения его учениками, наглядно свидетельствует о научном и методическом произволе, допускаемом специалистами ФМО, РАО и Федерального экспертного совета (ФЭС). Ведь школа не может учить всему, а должна научить главному — основам знаний, тому, что чаще встречается в жизни. К сожалению, не все понимают, что бутафория и есть наукообразие, мнимая научность, мешающая нормальному обучению.

Вирус бутафории особенно опасен тем, что проник во все учебники, значащиеся в списке Федерального комплекта по математике, которые являются дефективными, а для экспертов являются эталоном научного уровня. Сами же эксперты не утруждают себя анализом достоинств каждого учебника, не имеющего бутафорной начинки, а, обнаружив в нем явно меньшее число теорем и других надуманных сложностей, бракуют его как явно уступающий "по научному" уровню бутафорному учебнику из Федерального списка.

Наличие большого объема бутафорного материала в нынешних учебниках вынуждает учителя брать на урок большие учебные дозы, которые он не успевает должным образом разъяснить и закрепить. Это ведет к перегрузке, к массовой посредственной успеваемости и дезорганизации нормального учебного процесса в школе.

Надо удивляться гениальности наших учеников, которые при вопиющем хаосе, царящем при обучении математике, еще приобретают какие-то знания. Сегодня на всех педагогических перекрестках говорят о перегруженности школьных учебников, а положение все больше осложняется. Причём, когда у нас не было Академии образования, объемы учебников были сравнительно оптимальные, а с созданием Академии объемы учебников стали стремительно увеличиваться. Например, учебник математики для 4-го класса Н. Поповой издания 1940 года имеет 128 страниц, а в учебнике математики для 4 класса М. Моро и др. издания 1999 года имеется 242 страницы.

Учебник “Арифметика” И. Попова для 5 класса издания 1933 года имеет 144 страницы, а учебник “Математика” 10-ти авторов, в основном сотрудников отдела Математики РАО — Г. Дорофеева и др., для 5-го класса издания 1994 года имеет 272 страницы. А издание 2001 года имеет 368 страниц. К этому учебнику имеется 4 дополнительных пособия общим числом 480 страниц. Казалось бы, что в силу своего служебного положения авторы учебника, сотрудники РАО как представители педагогической науки могли бы всем представить среднестатистические данные, какой уровень состояния здоровья и знаний обеспечивал учебник в 272 страницы и какой среднестатистический уровень состояния здоровья и знаний обеспечивает учебник в 368 страниц.

Общественности важно знать: эти изменения объемов учебников повысили или понизили качество здоровья и знаний учащихся?

Более того, авторы, сотрудники РАО уже давно могли бы представить общественности полноценный вариант учебника нового поколения, существенно повышающего знания учащихся без перегрузки, улучшая здоровье учащихся, что непременно должно быть подтверждено сравнительной экспериментальной проверкой с другими учебниками. А если этого не делают авторы-сотрудники РАО, значит они не убеждены в превосходстве своих учебников. Но и нельзя вечно держать школы страны на уровне массовой двоечно-троечной успеваемости.

Наступил век высоких, наукоёмких технологий, и педагогическая наука не имеет права сдерживать прогресс. Сегодня сотрудники Министерства и Академии образования не могут оставаться педагогическими “Митрофанушками”, говорящими учителю: выбирай себе учебник, который тебе нравится. Это не руководство школой, а кустарщина, примитив. Каждый учебник должен иметь рейтинг, какой среднестатистический уровень здоровья и знаний на практике обучения он обеспечивает. Только при наличии такой информации учителю можно говорить “выбирай любой”. Наличие достоверных рейтингов учебников впервые за века может создать творческую конкуренцию между авторами учебников, и начнется процесс совершенствования работы школы.

Сегодня сотрудники педагогических центров бесконтрольны в своей деятельности. В одних руках оказались заказ на учебники, исполнение заказа и контроль за качеством исполнения заказа. Эта бесконтрольность позволила сотрудникам увеличивать объемы учебников до фантастических размеров, и никто им не указ. Создали “Положение об экспериментальной проверке и оценке учебников”, которое должно укреплять и стабилизировать работу школы, но педагогическими центрами “Положение” не соблюдается, так как это может ущемить их меркантильные интересы.

Вот и получается, что научные сотрудники служат не науке, не школе, не детям, а только себе.

Сотрудники в свой учебник 5-го класса включили вопросы: “Дерево возможных вариантов”, “Опрос общественного мнения” и др. А кто доказал, что эти вопросы нужно включать в учебник?

На первой странице упомянутого “Положения” говорится: “Каждый новый учебник должен получить обстоятельную экспертную оценку и всестороннюю экспериментальную проверку”. Но и этот учебник, и все 1206 учебников Федерального комплекта потому и оказались забракованы как несоответствующие своему назначению, что они не прошли обязательный этап экспериментальной проверки школьной практикой, а без такой сравнительной проверки они не являются школьными учебниками и навязаны школе незаконно административной властью.

В 70-е годы ученые-авторы учебников под предлогом еще большего повышения научного уровня перешли от общепринятого, всем доступного психолого-педагогического изложения материала в учебниках математики к формально-логическому, профессионально-математическому изложению материала.

Посмотрев на учебники федерального списка, мы видим, что все они созданы по одному образцу — сугубо специализированы на математический профиль. Из числа обучающихся в школе по этому профилю пойдут немногие, так зачем всех насильно подвергать математической профориентации? Это серьезно осложняет работу школы, отрицательно влияет на жизнь и здоровье учащихся.

К тому же попытка наших ученых и методистов представить школьный курс математики высоконаучным и логически систематизированным не соответствует задачам школы. Систематизация, конечно, нужна, но не формально-логическая, а целесообразно-педагогическая.

Теперь о доступности учебников. Все педагогические наставления требуют научить учащихся самостоятельно добывать знания. Для этого нужны учебники, во многом сходные с учебниками для самообразования. Но таких учебников в школе нет, и они фактически под запретом.

Современные учебники изначально ставят детей в крепостную зависимость от учителя, что лишает их инициативы, активности и самостоятельности. Мы считаем, что педагогический процесс обучения в школе должен представлять движение ученика от несамостоятельности к полной самостоятельности в учении. Главная задача школы и учителя — развить у ученика способность самостоятельно добывать знания настолько хорошо, чтобы в определенной мере учитель стал ненужным ученику. Для достижения этой цели нынешние учебники в принципе непригодны, если даже их выдают за учебники нового поколения с хорошей рекомендацией.

Мы считаем, что кроме учебников с повышенной сложностью изложения, требующих предварительного разъяснения материала ученику учителем, должны быть учебники, составленные так, чтобы в них ученик мог самостоятельно разобраться.

Современные науки и наукоемкие производства находятся на высоком уровне. Важно всем знать, что на столь же высоком уровне находится практика обучения у учителей-новаторов, но эту возможность, к сожалению, педагогические центры не используют, и потому главным недостатком школы является массовая посредственная успеваемость учащихся.

Основная причина этого неблагополучия кроется в примитивных, кустарных методах обучения, бережно сохраняемых педагогическими центрами. Между тем, например, учителя Дона внимательно следили за развитием движения учителей-новаторов в стране и, используя их опыт, создали “Донскую технологию эффективного обучения”, которая позволяет существенно повысить качество знаний всех учащихся. Это требовало определённых усилий от учителя-новатора. Но это движение не только не поддерживалось педагогическими центрами, а осмеивалось и угнеталось. Это сказалось и на работе школ Дона.

Несмотря на эти невзгоды, группа ростовских учителей математики считала: чтобы Донская технология обучения давала надёжные высокие результаты обучения, важно ещё иметь и учебник нового поколения, обеспечивающий всех учащихся хорошими и отличными знаниями. При помощи Ростовского областного Министерства образования, областного ИПК и ПРО и при активной работе всей ростовской группы началось создание учебников математики нового поколения.

И в заключение о самом сложном. Известно, что дети с большим интересом идут в первый класс, старательно работают и во многих классах качество знаний достигает 90% числа учащихся. Затем с каждым годом интерес к учению, а вместе с ним и качество знаний снижается.

Исследования академика РАО Ю. К. Бабанского и кандидата педагогических наук И. М. Косоножкина свидетельствуют: число неуспевающих в начальный период обучения (1-3 классы) составляет 8%, в средних классах (4-8) уже 40%, а в старших классах (9-11) — свыше 70% от числа учащихся. Эти данные показывают, что неуспевающих методично растит школа (см. “О причинах неуспеваемости школьников”, Ростовский ОИУУ, 1972 г.).

К сожалению, РАО не вносит ясности, почему это происходит, что серьезно осложняет работу школы. По данным социологических исследований “только 9% старшеклассников учатся в школе с интересом, 15% учеников уверены, что в школе попусту теряют время, 18% вообще не занимаются в школе, а 63% занимаются время от времени и только 18% работают систематически” (“Учительская газета” 1990, №37).

Многие учителя главной причиной низкого уровня знаний учащихся считают перегрузку программ и учебников, а учителя-новаторы убеждены, что главной причиной этого являются примитивные методы обучения, которые разрушают дисциплину учащихся, нарушая учебный процесс.

О какой перегрузке можно говорить, если многие учителя-новаторы успешно проходят программу двух лет за один год без перегрузки.

Сегодня широкое распространение получило мнение учителей, что низкое качество обучения объясняется тем, что классно-урочная система изжила себя и надо переходить к индивидуальным методам обучения. Мы не отрицаем важности индивидуальных методов обучения учащихся, но на основании опыта школ известно, что имеются ученики, которые с первого класса и до выпуска имеют репетиторов, но заканчивают школу со слабыми знаниями. В то же время известно, что у учителей-новаторов все или почти все ученики при традиционной классно-урочной системе обучения имеют хорошие и отличные знания. И с каждым годом интерес и знания повышаются. **Таким может и должен быть процесс обучения в школе**, — этому должны способствовать учебники и методы обучения. Вместо повышения качества знаний учащихся за счет эффективных методов обучения некоторые “педагоги” предлагают облегченный путь повышения качества обучения за счет введения 12-ти и 100-балльной системы оценок знаний учащихся. Но это мы уже проходили в 20-е годы 20-го столетия и пришли к тому, что в начале 30-х годов отменили вступительные экзамены в вузы, но они все равно не могли набрать абитуриентов, так как выпускники школ, не имея нужных знаний, не решались идти в вузы. Так зачем повторять негодный эксперимент?

Педагогические центры, прикрывшись массовой “троечной” успеваемостью учащихся, считают проблему обучения решенной, не считаясь с тем, что у некоторых учителей начальных классов и у некоторых учителей-предметников интерес учеников к учению с каждым годом возрастает, и повышается качество знаний. Значит, РАО может и обязана обобщить этот опыт и распространить его на все школы. Одновременно, давно пора разработать такие учебники нового поколения, которые с каждым классом все больше повышали бы интерес, здоровье и уровень знаний учащихся. Очевидно, основу такого учебника могут составить указания Я. А. Коменского, что обучение должно быть кратким, приятным и обстоятельным.

Создание школьных учебников нового поколения

Сегодня весь педагогический мир озабочен проблемой определения основ знаний, базового содержания образования. Общество, не имея возможности и надобности учить школьников всему, задается вопросом о том, как выделить тот минимум образования, который был бы доступен подавляющему большинству учащихся и, вместе с тем, достаточен для выполнения каждым индивидуумом общественных функций. Группа ростовских учителей математики в учебнике нового поколения решила сохранить общекультурное ядро, содержащееся в прежних учебниках и пособиях могучей группы авторов: А. П. Киселева, Н. А. Рыбкина, Н. А. Шапошникова, Н. К. Вальцева, Е. С. Березанской. Этот материал по математике отобран и проверен вековой школьной практикой.

В этих учебниках содержится только элементарная математика, в них нет элементов высшей математики, но когда в конце войны встал вопрос решения атомных и космических проблем, то ученые и инженеры, обучавшиеся по этим учебникам, в короткие сроки успешно решили стоявшие проблемы. Значит уровень знаний, содержащихся в упомянутых пособиях, достаточен для общеобразовательной подготовки населения и в наши дни. К тому же работники вузов постоянно говорят школьным учителям математики: “Дайте ученикам хорошие знания по элементарной математике, а высшей математике мы научим их сами. Такое же мнение и академика Д. В. Аносова, председателя комиссии по школьному математическому образованию при отделении РАН: “По моему мнению, надо изъять элементы математического анализа — этот эксперимент в массовой школе не удался” (см. “Образование, которое мы можем потерять”, В. А. Садовничий. М., 2002 г., стр. 31). Для учебника нового поколения содержание упомянутых учебников надо дополнить информатикой и сведениями о компьютерах и не надо еще что-то выдумывать.

Педагогические центры много говорят о необходимости создания учебников нового поколения, но до сих пор не сформулировали ни одного критерия учебника нового поколения. Получается, что надо создать то — неизвестно что. Поэтому за послевоенные годы ни одного стоящего учебника не создано. А о необходимости “педагогической переработки наук” для школы говорил еще К. Д. Ушинский. Чтобы помочь педагогическим центрам решить проблему учебника нового поколения, за это взялась большая группа ростовских учителей математики при активной поддержке Ростовского областного министерства образования и областных ИПК и ПРО. Эту группу учителей пришлось возглавить мне и потому, когда мне приходится говорить "я", то во всех случаях имеется в виду "мы" — группа ростовских учителей. Мы считаем, что существующая практика создания учебников по математике в строгом соответствии с заданной программной последовательностью может привести только к созданию не учебника, а заполнивших школы научных монографий, осложняющих жизнь детей. Школьный учебник должен содержать программный материал, но располагаться он должен не на основе формально-логической последовательности, как ныне, а в соответствии с целесообразно-педагогической последовательностью так, чтобы облегчать учащимся усвоение материала. Учебник должен находиться не только на службе у науки, но и на службе у учителя и ученика, помогая им нейтрализовать возникающие объективные осложнения в течение учебного года. Мы считали, что учебник нового поколения должен быть удобным в работе учителя и учащихся, должен им нравиться, чтобы ученики пользовались им не по принуждению, а по интересу. Основу же интереса составляют глубокие и прочные знания. Нет знаний — нет и интереса. Следовательно, учебник нового поколения должен иметь прочные педагогические и методические основы, чтобы обеспечить учащихся хорошими знаниями. В этой связи мы обратили внимание на то, что в 20-м веке появились науки: физикохимия, биофизика, геохимия и ряд других, а в школьной математике ученые-авторы учебников строго соблюдают "чистую математику". Между тем у учителей-новаторов слитное объединение математики и методики математики дает превосходные результаты. Объединение математики и методики математики является главной основой учебников математики нового поколения. Такое объединение позволило нам эффективные методы обучения соединить с научным содержанием в каждом параграфе-уроке, то есть методику проведения урока нам удалось заложить в содержание каждого параграфа-урока. Учитель может не знать этих тонкостей, но он ведет урок как бы по эффективным методическим нотам, и у него получается превосходный результат обучения. За создание учебников математики с эффективными методами обучения ростовские учителя более 40 лет преследуются педагогическими центрами. Наши действия:

1. Главным недостатком нынешних учебников считается их перегрузка. Чтобы освободить учащихся от перегрузки бутафорных учебников, мы весь программный материал по математике расчленили на посильные дозы-уроки, как говорил К. Д. Ушинский, ровно такие, сколько могут поднять еще слабые силы ребенка. И в каждом параграфе-уроке остался только основной материал, а бутафорный сам собой отпал.

2. Урок можно провести по-разному, и даже посильный материал может оказаться неусвоенным. Поэтому, чтобы довести эффективные методы обучения до каждой части урока, мы каждый параграф-урок подразделили еще на пять рубрик:

а) изложение нового;

б) материал закрепления;

в) вопросы и упражнения для повторения. Здесь под номерами (1-2) или (1-8) помещены упражнения для проведения краткой диагностической контрольной работы на 8-10 минут в конце урока, чтобы учитель мог видеть, чему же он научил каждого ученика;

г) задание на дом;

д) в конце каждого параграфа дается занимательная задача для выявления и развития одаренных, талантливых детей, поскольку этим надо заниматься повседневно и непрерывно. Каждый ученик имеет право во время перемены записать на классной доске свое решение, отличное от других, за что каждому выставляется отметка 5. Это активизирует работу учащихся.

Получается, что каждый параграф-урок представляет собой учебно-методический комплекс в миниатюре, где имеется все необходимое для успешного проведения урока. Поэтому к нашим учебникам никакие дополнительные пособия не требуются.

3. Опытные учителя через каждые 9-10 уроков проводят контрольную работу по изученному материалу. Поэтому у нас такие же главы по объему. В каждой главе третий параграф от конца главы содержит для самоконтроля учащихся теоретические вопросы по содержанию главы. На этом уроке половина урока отводится на опрос учащихся, а на второй половине урока решается один из двух вариантов контрольных работ, помещенных в предпоследнем параграфе главы, а второй вариант задается на дом. На втором уроке от конца главы проводится контрольная работа по материалу главы из сборника учителя. На последнем параграфе-уроке главы проводится анализ контрольной работы, подводятся итоги по изучению главы и проводится “игра” “Математическая эстафета” или “Математическая викторина”. Игра проводится для повышения эмоционального настроя учащихся. Надлежащий материал содержится в параграфе.

4. Мы не Министерство и не Академия образования, а рядовые учителя и не располагаем экспериментальными исследованиями, почему в школе происходит странный процесс: в первый класс ученики идут с интересом, усердно трудятся и имеют отличные знания. Мы убеждены, что в школе обучение должно быть поставлено так, чтобы с каждым следующим классом интерес учащихся к знаниям возрастал, а он все время снижается. Как сообщил председатель Государственного Комитета СССР по образованию Г. Ягодин, в старших кассах школы только 9% учащихся обучается с интересом (см. “Учительская газета”, №37 за 1990 г.). Почему происходит это снижение? Официальных данных РАО не представляет, а мы считаем, что это происходит, в частности, из-за недоученности учащихся, происходящей на каждой стадии обучения, что ведет к педагогической запущенности. А если нет знаний, то нет и интереса. Поэтому в наших учебниках почти на каждом уроке в конце его проводится краткая диагностическая контрольная работа, чтобы учитель мог повседневно видеть уровень знаний каждого ученика. Еще одной причиной снижения интереса учащихся к знаниям является то, что в течение каждого года имеют место срывы учебных занятий на недели и месяцы из-за морозных дней, медицинских карантинов и по другим причинам. Как компенсировать эти (будем говорить) аварийные часы для прохождения учебных программ, педагогические центры никаких мер не предпринимают, а обязывают учителей к концу учебного года учебную программу выполнить. Она и выполняется за счет пропуска отдельных тем, что образует пробелы в знаниях учащихся. За годы эти пробелы разрушают систему знаний учащихся старших классов.

В ростовских учебниках для облегчения положения учащихся и учителей предусмотрены резервные уроки на случай аварийной ситуации. В каждой главе три последних параграфа-урока являются резервными. В них нет нового учебного материала и, при нормальных условиях, они служат закреплению учебного материала, а при осложненных обстоятельствах могут быть использованы по усмотрению учителя. В 5-х и 6-х классах — это по 57 резервных уроков. В старших классах их меньше.

5. Снижение качества знаний с каждым классом происходит и потому, что ежедневно по разным причинам на занятиях в школе отсутствует до 20% учащихся, что образует пробелы в их знаниях. За годы этих пробелов образуется так много, что многие ученики с трудом заканчивают 9 классов. Чтобы в какой-то мере поправить положение, ростовские учебники составлены так, что ученик в них может самостоятельно разобраться. К тому же в учебниках осуществлено поурочное параграфирование и дидактическая рубрикация, позволяющая ученику, будучи дома, точно знать, какие вопросы и задачи рассматривались на уроке и что задано на дом. Все это ученик самостоятельно выполняет, и пробелов в знаниях не возникает. Это подтверждается тем, что иной ученик, много дней не посещая школу, приходит в нее в день контрольной работы и наравне со всеми успешно справляется с контрольной работой. Сегодня в разных школах отводится разное число уроков на изучение математики, что может быть компенсировано за счет резервных уроков.

6. Программный материал по своей важности и сложности неравнозначен, и располагать его, как ныне делается, линейно в порядке программы — педагогически безграмотно. Должна соблюдаться не формально-логическая система, а целесообразно-педагогическая система, облегчающая учащимся освоение учебного материала. С этой целью более важный и сложный материал помещается в самые лучшие учебные сроки, когда ученики еще не устали, а более легкий и пропедевтический материал помещается в конце первого и второго полугодия. Например, в наших учебниках тема “Углы” в 5-м классе помещена в конце первого полугодия, а тема “Прямоугольный параллелепипед” в 5-м классе помещена в конце второго полугодия. Это — пропедевтический материал, и он еще будет изучаться в курсе геометрии.

7. Когда мы создавали учебники, то не знали, что они для школы имеют еще одну полезную особенность. Часто в сельских и городских школах бывает, что учитель математики заболел и его некем заменить, и учебные занятия срываются. В наших учебниках каждый параграф представляет собой учебно-методический комплекс, содержащий материал для успешного проведения урока, поэтому учителя других предметов охотно берутся преподавать по нашим учебникам. Конечно, это не выход из положения, но, в крайнем случае, приходится его использовать, чтобы не срывать занятия.

8. Наши учебники, в отличие от традиционных, насыщены многими педагогическими и психологическими элементами, создающими удобство в работе учителя и ученика и облегчающие учащимся усвоение учебного материала. Для прочного усвоения способов решения упражнений и задач в учебниках выделяются специальные параграфы и главы, в которых используются наглядные рисунки, наборы систем устных упражнений и задач для прочного уяснения основ начальных знаний. Этому же способствуют образцы решений всех видов упражнений и задач, а также образцы рассуждений при их решении. Кроме того, в наших учебниках предусмотрено много других удобств для работы. Например, учебники спланированы так, что изучение материала в каждой учебной четверти начинается с новой главы. На каждом уроке не надо тратить время на запись домашних заданий, так как они даны в соответствующих параграфах. Психологи установили, что всякий мыслительный процесс начинается с вопроса, поэтому у нас многие параграфы начинаются с вопроса: как выполняется сложение? Как выполняется вычитание? Что такое луч? Что называется уравнением? Что вы знаете о единицах площади? И др. Имеются ценные высказывания известных мыслителей и ученых, содержащие мощный заряд нравственного воспитания учащихся. Но эти высказывания хранятся в больших библиотеках и остаются неизвестными школьникам. Мы сочли необходимым эти высказывания поставить на службу воспитания учащихся, поместив некоторые из этих высказываний в начале каждой главы учебника математики как эпиграф, хотя эти высказывания не всегда имеют математическое содержание. Но учебник — не только математическая, но и педагогическая книга. Имеются в виду, например, такие высказывания: “Гений состоит из 1 процента вдохновения и 99 процентов потения” — Т. Эдисон; “Помните, что в науке самое главное — это работа, а все остальное приложится” — академик Л. Д. Ландау.

Как уже отмечалось, каждый параграф заканчивается занимательной задачей для преуспевающих учеников, но практика показала, что этими задачами интересуются все учащиеся, и они потребовали, чтобы к некоторым задачам были даны решения. Так в учебнике 5-го класса появилась 21-я глава. Эти задачи и глава 20 “Материал для внеклассных занятий” являются основой занятий для математического кружка. В наших учебниках нет ныне модных уровней “А” и “Б”, так как экспериментальная проверка учебников показала, что преобладающее большинство учащихся имеет хорошие и отличные знания, а остальные настойчиво стремятся и достигают этого.

Наполнение ростовских учебников необходимыми педагогическими элементами потребовало коренной структурной перестройки, что изменило традиционный вид школьного учебника математики. Поэтому рецензенты из числа ученых-математиков отказались представленные нами учебники признать учебниками, считая их методическими пособиями, и никто из ученых не согласился быть научным редактором наших учебников. Мы считали, что это произошло потому, что ученые, говорившие о необходимости создания учебников нового поколения, конкретно не представляли, каким они должны быть. И когда встретились с ними, то они их не узнали. У нас тогда не было еще объективных результатов обучения, чтобы утверждать, что именно таким путем надо идти к созданию новых учебников. Поэтому мы продолжали настойчиво добиваться проведения сравнительного эксперимента со стабильными учебниками по математике для 5-6 классов авторов Н. Я. Виленкина и др.

9. Рукописи наших учебников по математике для 5-6 классов были представлены в издательство “Просвещение” в 1961 году под авторством В. К. Совайленко, учителя математики средней школы №5 г. Новочеркасска. Как только наши рукописи были представлены в издательство, то нам сразу дали понять, что мы не добровольные помощники педагогических центров, а нежелательные конкуренты клановцев педагогических центров. Все рецензии учителей на наши учебники были положительные, а, как уже отмечалось, рецензии ученых были отрицательные и к ним присоединились клановцы. Это усилило нашу настойчивость добиться проведения сравнительного эксперимента. Спор длился 19 лет, и только в 1980 году наши учебники на очередную экспертизу были направлены в экспериментальные школы РАО №№ 75 и 82 в поселке Черноголовка в Подмосковье. Учителям этих школ наши учебники понравились, и они добились перед Президиумом РАО, чтобы наши учебники проходили эксперимент в их школах. Но сравнительный эксперимент блокировался неведомыми силами, и он начался только через три года — с 1 сентября 1983 г. по 31 мая 1985 г. Одновременно такой же сравнительный эксперимент проходил в двух школах г. Новочеркасска.

Как уже отмечалось, сравнительного эксперимента добились учителя экспериментальных школ, и Президиум РАО удовлетворил их просьбу, но умолчал, что ставится другая цель: с помощью эксперимента доказать непригодность ростовских учебников для школы. Меня многократно предупреждали, что учебники могут быть сняты с эксперимента в любой момент, как только обнаружится их несостоятельность. По этой причине наши учебники для проведения эксперимента не были изданы, а от меня потребовали представить учебный материал только на первую четверть, а там посмотрим, может быть больше и не потребуется. Но с каждым днем положение учебников укреплялось, они пользовались успехом у учителей, учащихся и их родителей, поэтому постепенно ротапринтно в АПН пришлось издавать пособий на все 8 учебных четвертей.

10. Администрация школы №82 знала предвзятое отношение к нашим учебникам заведующего лабораторией экспериментальных учебников О. Ф. Кабардина и, чтобы решить вопрос о возможности продолжения эксперимента в 6-м классе, администрация школы по своей инициативе в мае 1984 года во всех шести пятых классах провела по вариантам МП РСФСР прошлого года контрольную работу. Когда я приехал в школу, администрация меня поздравила с успехом экспериментальных классов, у которых число хороших и отличных оценок было на 15% больше, чем в контрольных классах. Это решило вопрос о продолжении экспериментов в 6-х классах.

11. В марте 1985 года с моим научным руководителем эксперимента С. А. Жирковой было установлено, что итоги двухгодичного сравнительного эксперимента будут подведены с помощью трех контрольных работ, которые одновременно будут проведены во всех экспериментальных и контрольных классах 7, 14 и 21 мая 1985 года в Черноголовке и в Новочеркасске по вариантам лаборатории. Новочеркасский гороно очень был заинтересован в честном эксперименте, поэтому на каждый из этих дней издавал приказ, определивший контролирующих инспекторов во все экспериментальные и контрольные классы. Благодаря этой строгости контрольные работы прошли на должном уровне. По итогам трех контрольных работ в Новочеркасских школах учащиеся, обучавшиеся по учебникам В. К. Совайленко, получили: четверок и пятерок — 70%, троек — 20%, двоек — 10%. Учащиеся контрольных классов, обучавшиеся по учебникам Н. Я. Виленкина и др., получили: четверок и пятерок — 31%, троек — 43% и двоек — 26%. Таким образом, экспериментально на практике доказано, что результаты учащихся, занимавшихся по учебникам с элементами педагогики, по качеству знаний значительно превосходят результаты обучения тех учеников, которые обучались по учебникам с "чистой математикой". При этом сравнивались незнакомые учителям ротапринтные варианты экспериментальных учебников с хорошо знакомыми учителям типографски изданными, с цветными рисунками учебниками. Несмотря на это, по учебникам Н. Я. Виленкина и др. "троек" и "двоек" получено 69%, а те, кто обучался по ротапринтным учебникам В. К. Совайленко, получили 70% четверок и пятерок. Полученные результаты сравнительного эксперимента явно свидетельствовали, что получены долгожданные учебники нового поколения, но это не обрадовало педагогические центры. Они согласились на проведение сравнительного эксперимента в надежде, что победителем будут учебники их сотрудников, а получилось, что даже в экспериментальных школах РАО в Черноголовке первая контрольная работа 7 мая 1985 г. оказалась явно в пользу экспериментальных учебников.

Чтобы изменить положение в пользу учебников Н. Я. Виленкина и др., руководитель лаборатории О. Ф. Кабардин грубо нарушил согласованный график контрольных работ и принцип единовременного их проведения. (Об этом подробно приходится писать, потому что экспериментальная проверка учебника является единственной возможностью получить объективную оценку качества учебника. Но оказалось, что это может быть только тогда, когда эксперимент проводят люди с чистой совестью).

О. Ф. Кабардин 14 мая вместо контрольной работы в школах Черноголовки провел тестирование, но только в двух экспериментальных классах, а все шесть 6-х классов располагались на одном этаже в школе №82, из них три класса были экспериментальные и три контрольные. Таким образом, вопросы тестов намеренно были разглашены учащимся, и объективность оценки знаний была нарушена. 15 мая было проведено тестирование в одном экспериментальном и в одном контрольном классе, а 16 мая было проведено тестирование еще в двух контрольных классах. Но это было только начало фальсификации. В контрольных классах было 148 учеников, а в учет результатов проверки тестированием было включено только 111 учеников. Один класс в 37 учеников был снят с учета по мотиву, что этот класс завалился на проверке. Вот такая объективность.

12. Третья контрольная работа по плану должна была проводиться 21 мая 1985 года, для подготовки к ней учащимся отводилось 6 дней, но руководители эксперимента намеренно лишили экспериментальные классы этой возможности. Они в двух экспериментальных классах провели итоговую контрольную работу на 4 дня раньше — 17 мая, намеренно разгласив тексты контрольной работы. В одном экспериментальном классе контрольную работу провели 18 мая 85 г. Зная тексты контрольных работ, учителя контрольных классов все эти дни проводили самостоятельные работы с учащимися, готовя их к контрольной работе, которая была проведена в контрольных классах на 4-5 дней позже, чем в экспериментальных классах, 21 и 22 мая. Все это отражено в классных журналах, которые хранятся в школе 50 лет.

Несмотря на чудовищную фальсификацию, итоговые результаты сравнительного эксперимента оказались все же в пользу ростовских экспериментальных учебников.

13. О существовании фальсификации в экспериментальной лаборатории я докладывал педагогическим центрам, но для всех это не было новостью, и они воспринимали это как должное. Никто из них не проявил никакой заботы о справедливости и установления лучшего учебника для школы. А ведь официальная цель проведения сравнительного эксперимента провозглашалась как намерение создать лучший учебник для школы. Но когда такой учебник обнаружился, то все в педагогических центрах оказались согласными на ложь, фальсификацию и любые действия в ущерб интересов детей и государства, лишь бы сохранить в числе действующих прежний учебник своих сотрудников. Эта цель достигнута. В числе действующих до сих пор сохраняются учебники, проигравшие с большим перевесом сравнительный эксперимент. А чтобы я не мог опротестовать действия педагогических центров, мне намеренно, по общему сговору, уже 19 лет не выдают официальный документ о результатах эксперимента.

В послевоенные годы в 1956, 1964, 1970 и 1987 гг. были проведены широкомасштабные меры по созданию учебников нового поколения, и уже провозглашалось, что Федеральный комплект учебников создан, но в декабре 1996 года Коллегия МО РФ все 1206 учебников из Федерального комплекта исключила как не соответствующие своему назначению. Об этом мы уже упоминали, а теперь еще отметим, что все эти учебники построены, в основном, по образцам 19-го века, обеспечивая массовую посредственную успеваемость, что тормозит прогресс государства, а о важности учебников нового поколения педагогические центры много говорят, и они нами созданы, но намеренно педагогическими центрами не допущены в школу, чтобы они не могли конкурировать со 113-ю дефективными учебниками, авторами которых с 70-х годов являются сотрудники педагогических центров. Выше было отмечено, что наши ростовские учебники новы по многим параметрам и на сравнительном эксперименте по качеству обучения показали высокие результаты. Для сотрудников педагогических центров, авторов школьных учебников, наличие наших учебников крайне нежелательно, и они затормозили на десятилетия явную возможность обновления школы и значительного повышения качества знаний учащихся. Ценность наших учебников, прежде всего в том, что они могут служить образцом новых учебников, дающих высокие результаты обучения, но это замалчивается.

Нас успокаивают тем, что нам здорово повезло. МП СССР, зная существенное превосходство наших учебников для 5-6 классов, издало их в 1991 году одной книгой в качестве пособия для учителя в издательстве “Просвещение” тиражом 150 тыс. экз.

14. Сегодня спрос на ростовские учебники возрос. Некоторые регионы затребовали рукописи наших учебников, а в некоторых регионах издали какие-то наши учебники. Впервые за многие годы в "Учительской газете" появилась одобрительная рецензия на наши учебники 5-6 классов (см. №43 за 22.10.2002 г.). Видимо, все это тревожит сотрудников педагогических центров, авторов всех 113 школьных дефективных учебников, если они в 40-летнюю битву с ростовскими учебниками втянули Министра образования В. М. Филиппова и Правительство РФ.

30 августа 2001 года на заседании Правительства РФ В. М. Филиппов заявил: "В Ростовской области издали и обучают математике по учебнику, который не был допущен Министерством к использованию. Дважды они пытались получить гриф "Допущено", но все-таки издали и преподают по нему" ("Учительская газета" №40 за 25 сентября 2001 года). Это не соответствующее действительности заявление передавалось на всю страну по многим каналам.

Из ранее сказанного следует то, что мои учебники по математике для 5-6 классов были изданы не в Ростове, а в Москве, в издательстве "Просвещение" по решению МП СССР, оно же и ввело эти учебники в школу в качестве пособия для учителей, и нам не было необходимости "дважды" обращаться за получением грифа "Допущено". В Ростове имеются только мои региональные учебники по математике, и министр своими помощниками явно был введен в заблуждение. Очевидно, министр не в курсе дела, к каким последствиям привело своеволие ростовчан, а оно следующее. В 1998 году проходило Федеральное тестирование в регионах с целью установить уровень знаний учащихся предметов. При этом по математике в Краснодарском крае получено: 8,5 балла, в Москве — 8,8 балла, в Ростовской области — 9,4 балла, а по России — 9,2 балла из 20 возможных. В 2000 году на Федеральном тестировании по алгебре 11-классники набрали: в Краснодарском крае — 57,9 балла, в Москве — 48,9 балла, в Ростовской области — 63,4 балла, по России — 57,4 балла из 100 возможных. Как видим, ростовчане вновь оказались впереди России всей, так надо ли их поносить перед всей страной. Получается, что министр прорабатывал не отстающие регионы, а передовиков. Мы считаем, что успеху ростовчан способствует то, что у них имеются пособия лучше федеральных.

Пока неизвестно, кто заказчик и создатель сценария театра на лжи, с помощью которого В. М. Филиппову удалось убедить Правительство в необходимости изменить традиционное положение Закона "Об образовании", статью 55 пункт 4, разрешавший учителю для обучения и воспитания учащихся пользоваться любыми методами, учебниками и пособиями. Но некоторые учителя, пользуясь этим правом, позволяли себе отказываться работать по дефективным учебникам, не считаясь с тем, что авторами этих учебников являются министерские клановцы. Чтобы сохранить интересы своих клановцев, министр В. М. Филиппов добился изменения "устаревшего" положения Закона "Об образовании" новым: "Учебная литература федерального уровня допускается в школу только с грифом "Рекомендовано" или "Допущено"". Эти грифы присваивает Федеральный экспертный совет, не располагая для этого никакими объективными основаниями. Все эти "игры" проводятся в меркантильных интересах министерских клановцев, а страдают дети и государство. Напомним еще раз, что в декабре 1996 года Коллегия МО РФ исключила из Федерального комплекта все 1206 учебников как несоответствующие своему назначению. Хотя все эти учебники были включены в Федеральный комплект по рекомендации ФЭС, и все они имели министерские грифы. Какая же цена этим рекомендациям и грифам, если учебники Коллегией признаны негодными. Но ради спасения интересов своих клановцев, ФМО 16 января 2001 г. в "Учительской газете" все эти учебники перечислило под заглавием: "Учебники с хорошей рекомендацией", без всяких на то объективных оснований. Все это — безответственный административный произвол, демонстрация неограниченного своеволия, бесцельно расходующего колоссальные народные деньги. Для объективного, научно обоснованного решения качества учебников создано "Положение об экспериментальной проверке и оценке учебников". Только с помощью научно обоснованных методов можно решить проблему учебников нового поколения для школы.

Интересы возрождения России требуют восстановления наукоемких производств, для чего нужен более высокий интеллектуальный уровень населения, обеспечиваемый общеобразовательной школой. Для этого нужны учебники нового поколения, но за 50 лет "стараний" педагогических центров не создано даже эскиза учебника нового поколения. С помощью сравнительного эксперимента доказано, что ростовская группа учителей-математиков создала учебники нового поколения по математике для 5 и 6-х классов. Конечно, это лишь первый заход — над ними еще надо много работать РАО и ФМО, чтобы достигнуть должного совершенства. Но и в нынешнем виде они могут дать пищу для творческих размышлений. Могут быть и другие варианты учебников нового поколения. Но пока в наличии имеются, с ярко выраженной новизной, ростовские учебники по математике для 5-6-х классов. Я предлагаю педагогическим центрам прекратить преследование наших учебников и заняться их обстоятельной доработкой и тщательной их сравнительной экспериментальной проверкой школьной практикой с другими имеющимися учебниками. Это реальный путь создания учебников нового поколения, существенно улучшающих здоровье, качество знаний и воспитанность учащихся. Но вместо дела продолжается бойкот ростовских учебников. Все эти годы я добивался от МО РФ выдачи мне надлежащего документа о проведенном сравнительном эксперименте, но все безуспешно. За помощью дважды обращался к своему депутату в Госдуме В. А. Аверченко, дважды обращался за помощью в Комиссию по правам человека и дважды обращался к Президенту В. Путину, но все безуспешно. За 19 лет никакие государственные силы не смогли пробить министерскую бюрократию. О ее существовании Министр образования В. М. Филиппов знает. В своей постоянной колонке в "Учительской газете" за 24.04.2003 г. он писал: "Нужно исключить факты "зажима" новых авторов, новых хороших учебников, которые должны появиться в наших российских школах". Но, если вы знаете, что существует "зажим", так исключайте его. Клановый произвол в министерстве вековой. Известно, что автор прекрасных учебников по математике, учитель из Воронежа А. П. Киселев только через 50 лет добился того, что его учебники в 1934 году стали в школе основными, а до этого были лишь вспомогательными. Сегодня учитель В. К. Совайленко за 43 года не может добиться, чтобы педагогические центры официально объявили результаты проведенного РАО сравнительного эксперимента его учебников по математике для 5 и 6-х классов и выдали автору надлежащий документ об этом. На один из запросов В. А. Аверченко из ФМО ответили, что в моем личном деле не сохранились данные о моем эксперименте. Это отписка, так как все результаты итоговых контрольных работ содержатся в классных журналах, и через 2 часа можно получить нужные данные (классные журналы сохраняются в школе 50 лет). Но клановцам важно дать отписку. Видно по всему, что дети России не смогут выбраться из двоечно-троечной трясины, пока педагогические центры будут массово заселены частными предпринимателями-авторами школьных учебников и учебных пособий. В педагогических центрах должны быть люди с чистой совестью, служащие детям, а не личным и клановым интересам.

О школьных учебниках математики с элементами педагогики

В. К. Совайленко

Автор приводит краткое резюме истории создания и попытки внедрения ростовских школьных учебников математики с элементами педагогики, рекомендуя учесть этот опыт при разработке комплекта Академических учебников.

Министерство Народного Просвещения России существует с 1802 года, и два столетия создавало школьные учебники по математике без элементов педагогики, только с чистой математикой, которые для учащихся являются сухими, скучными, не понимаемыми, и потому приводящими к массовой посредственной успеваемости, а сам предмет получил вековое прозвище — "сухая математика". Очевидно, давно пора руководству образованием и государства задуматься над тем, как освободить учащихся от негодных учебников и сделать знания основной массы учащихся хорошими и отличными. Теперь, когда страна вступила в век информационных технологий и наукоемких производств, от населения требуются более высокая образованность и повышенные интеллектуальные способности. Поднять интеллектуальный уровень учащихся могут учителя-новаторы, но их опыт не используется.

В газете "Математика", №21 за ноябрь 2005 г. опубликовано намерение Российской Академии Наук, Российской Академии Образования и издательства "Просвещение" создать Академические школьные учебники по всем предметам. Этот проект одновременно свидетельствует, что за 200 лет Министерство Народного Просвещения не смогло создать нужные учебники. И начинать этот проект надо с выяснения причин, почему же за все время не удалось создать нужных учебников. Требуется все предусмотреть, чтобы нынешний "проект" был успешно осуществлен. Дело в том, что в послевоенные годы (1956, 1964, 1970 и 1987) проводились масштабные меры по созданию учебников "нового поколения". В октябре 1990 года даже было объявлено, что наконец-то удалось создать федеральный комплект учебников нового поколения, и теперь каждый учитель может выбрать тот учебник, который ему нравится. Но с каждым появлением учебников нового поколения в школе становилось все больше учеников, заявляющих о нежелании учиться и покинувших школу. Осложнилась работа и высшей школы, что заставило ученых-математиков МГУ обратиться с письмом в Министерство образования "в связи с быстрым снижением качества образования в школе" (см. ж. "Математика в школе", № 6, 1996 г., с.2).

Эти и другие невзгоды вынудили Коллегию Министерства образования РФ в декабре 1996 года исключить из федерального комплекта все 1206 учеников как несоответствующие своему назначению. Это произошло потому, что Федеральное Министерство образования не соблюдало "Положение об экспериментальной проверке и оценке учебников". Такое "Положение" было создано еще во времена Министерства Просвещения СССР и Академии Педагогических науки СССР.

В пункте 8 "Положения" говорится: "Основной задачей проверки экспериментального учебника является сравнение уровня знаний и умений учащихся, приобретаемых при обучении по действующему и экспериментальному учебникам". Но ничего этого не производилось, а значит появление действующих учебников в школе незаконно.

В пункте 10 "Положения" отмечается: "Если применение экспериментального учебника приводит к существенному улучшению результатов обучения, Ученый совет может рекомендовать новый учебник к расширенной экспериментальной проверке в качестве пробного учебника". Это и есть законный путь создания новых учебников для школы. Двукратная сравнительная экспериментальная проверка для новых учебников предусмотрена для того, чтобы не допустить проникновения в школу некачественных учебников. Эта двукратная проверка учебника является главным критерием оценки качества учебника, и только таким путем учебник может быть направлен в школу.

Люди, проводившие модернизацию, — культурные, образованные; что и как надо проводить — все подробно расписано в "Положении", но ничего этого на практике не делалось, и все 1206 учебников были навязаны школе административной властью в обход "Положения", но согласно Федеральному закону "Об учебниках для общеобразовательных учреждений", в котором нигде не сказано о соблюдении "Положения" и о необходимости проведения сравнительного эксперимента учебников.

Для успешного решения проблемы создания Академического школьных учебников, кроме использования "Положения" еще важно, чтобы учебники были с элементами педагогики. В 70-е годы группа ростовских учителей математики решительно настаивала на этом, но ученые-математики считали, что педагогическая составляющая должна быть не в учебнике, а в отдельной книжке. Так, с 70-х годов считается проблема учебника решенной, если к учебнику с чистой математикой прилагается несколько педагогических пособий для учителя и учащихся. Против этих пособий возражений нет, но за прошедшие 35 лет знания учащихся не повысились, а понизились.

По настоянию учителей и при помощи ростовской группы учителей математики, я написал в 1980 году учебники по математике для 5 и 6 класса с элементами педагогики, которые летом 1980 года представил в издательство "Просвещение". Все рецензии учителей на учебники были положительными, а рецензии ученых были отрицательными. Ученые требовали убрать всю педагогику из учебника, а мы, группа ростовских учителей, требовали проведения сравнительного эксперимента, в чем нам отказывали. Но нам повезло. На очередную экспертизу наши учебники были направлены в экспериментальные школы педакадемии №№ 75 и 82 в поселке Черноголовка в Подмосковье. Учителям этих школ наши учебники понравились, и они добились перед Президиумом АПН, чтобы сравнительный эксперимент проходил в их школах.

О результатах эксперимента и дальнейшей судьбе ростовских учебников подробно рассказано в третьем разделе предыдущей статьи. Здесь же мы еще раз подчеркнем, что официальные итоги эксперимента до сего времени не подведены, и РАО не доложило общественности о целях проведенного эксперимента. А выводы из него следуют весьма важные, имеющие большое практическое значение для создания качественных учебников математики с элементами педагогики. Ведь подлинная педагогика — это не только наука, но и искусство делать детство духовно богатым и радостным и, как показал эксперимент, наличие педагогики в учебниках математики облегчило уяснение предмета и повысило качество знаний учащихся. Сегодня, когда РАН, РАО и издательство "Просвещение" стремятся создать Академические школьные учебники, крайне важно, чтобы положительные результаты эксперимента с учебниками математики с элементами педагогики были учтены авторами нынешнего проекта.

На основе методических принципов построения наших учебников математики для 5 и 6-х классов в Ростове были созданы учебники математики для 7—11-х классов, которые пользуются успехом у учителей, учащихся и их родителей, так как они заметно повысили качество знаний учащихся.

В 1998 году проходило Федеральное тестирование в регионах с целью установить уровень знаний учащихся предметов. При этом по математике в Краснодарском крае получено 8,5 балла, в Москве — 8,8 балла, в Ростовской области — 9,4 балла, а по России — 9,2 балла из 20 возможных. В 2000 году на Федеральном тестировании по алгебре 11-классники набрали: в Краснодарском крае — 57,9 балла, в Москве — 48,9 балла, в Ростовской области — 63,4 балла, по России — 57,4 балла из 100 возможных. Как видим, ростовчане вновь оказались впереди России всей. Мы считаем, что успеху ростовчан способствует то, что у них имеются пособия лучше федеральных.

Совайленко Василий Климентьевич,
учитель средней школы № 5 г. Новочеркасска,
руководитель коллектива учителей-авторов
ростовских учебников по математике для 5-11 классов.

Общенаучные термины в школьных учебниках математики

С. В. Дворянинов

В статье обсуждается использование иноязычных научных терминов в различных предметных областях. Показано, как этот словарный запас может служить интеграции школьного образования.

1. Введение

Вначале было слово.

Многие вещи непонятны нам не потому,
что наши понятия слабы, но потому,
что сии вещи не входят в круг наших понятий.
Козьма Прутков

В 1979 г. профессор Самарского (тогда еще Куйбышевского) университета Д. И. Алексеев опубликовал “Краткий список иноязычных слов и слов с иноязычными корнями”. Этот список включал те слова иноязычного происхождения, а также русские слова с иноязычными корнями, которые встречаются в современной периодической печати, художественных произведениях, в учебной литературе или устной речи. На основе этого учебного пособия, содержащего около шестисот слов, составлялись тренировочные и контрольные упражнения для студентов-филологов первого курса по “Введению в языкознание”. Я хорошо помню, что с большим интересом познакомился тогда с этой небольшой книгой, волей-неволей отмечая те слова, которые были мне непонятны, например, *изоглоссы.* Разыскав это слово в словаре, я с долей досады понял, что мог, наверное, и догадаться о его смысле, зная слово *глоссарий* и значение столь распространенной (в том числе и в математике) приставки *изо*...

Уже тогда мне, начинающему преподавателю, была очевидна ценность этой книги. Взяв ее в руки, недавний выпускник средней школы мог проверить, насколько он подготовлен к тому, чтобы воспринимать современную речь — письменную и устную, насколько, попросту говоря, культурным человеком он является. Этот список побуждал в случае необходимости обратиться к специальным словарям и энциклопедиям.

Работая со студентами-математиками, я нередко, к сожалению, замечал, что многие термины, с которыми они встречались еще в школе, остаются для них непонятными. В основном это слова латинского или греческого происхождения. Соответствующие научные термины используются в школьных курсах химии, физики, географии, истории, экономики. Так, в учебниках физики рассказывается о явлении эмиссии — так называется испускание фотонов, электронов, ионов и других частиц нагретым телом. На основе термоэлектронной эмиссии работают кинескопы телевизоров и мониторы большинства персональных компьютеров. Зная это, легко понять, к примеру, смысл высказывания о том, что государственному банку пришлось прибегнуть к эмиссии денежных знаков. Наблюдения показывают, что те студенты, которым был ясен смысл термина в том или ином нематематическом контексте, уверенно использовали его и при изучении математики.

Академик В. И. Арнольд [4], отмечая плодотворность словотворчества как метода научной работы, вспоминает слова Пуанкаре: “Трудно поверить, какую огромную экономию мысли может осуществить одно хорошо подобранное слово. Часто достаточно изобрести одно новое слово, и оно становится творцом”. По мнению академика, оставляя без перевода научные термины (“файлы”, “интерфейсы”...), мы теряем всю силу этого метода.

Настоящая статья содержит в основном перечень тех общенаучных терминов, с которыми каждый учащийся знакомится в средней школе хотя бы по двум (это непременное условие включение термина в наш список) школьным предметам. Один из этих предметов — математика.

Функционально-смысловая структура сознания учащихся формируется в процессе обучения путем перевода житейских представлений на уровень обобщенных научных понятий.

Важнейшей проблемой современного образования является противоречие между дифференциацией и интеграцией содержания образования, между знаниями о явлениях и знаниями о способах получения таких знаний. Интеграция знаний из различных предметных областей на основе установления отношений подобия, сходства, аналогии, а также проектирование познавательных действий по усвоению системы знаний способствует целенаправленному развитию личности в процессе обучения.

Ниже приведен некоторый блок ключевых научных понятий, являющихся опорными сигналами при изучении ряда гуманитарных, естественнонаучных дисциплин и математики. Установлены логические и семантические связи этих понятий и основные мыслительные операции, приводящие к их определению. Тем самым проектируется познавательная деятельность учащихся по усвоению системы научных понятий и ее развитию. Несомненно, система общенаучных понятий должна стать содержанием современного образования. Наш подход является реализацией идеи Л. С. Выготского о ведущей роли содержания образования и о развивающем значении системы научных понятий.

Усвоенные значения понятий, обобщающих культурно-исторический опыт одной или нескольких областей знания, выполняют ориентирующую и знаково-символическую функции в других областях.

Общенаучные понятия систематизированы, структурированы в логико-ассоциативные комплексы. Специальные термины представляют уникальность и своеобразие каждой науки; универсальные термины могут и должны быть орудием формирования единой естественнонаучной картины мира. Такой подход позволяет совместить логику развития учебного предмета и логику развития личности.

Передача ориентирующей и контрольной функций усвоения системы общенаучных понятий самим обучаемым создает деятельностную основу образования, повышает активность познающего, создает условия для интеллектуального и эмоционально-нравственного развития.

2. Глоссарий

Автономия (от греч. autos — сам и греч. nomos — закон) — собственная закономерность, определяемость какого-либо явления его внутренними законами. Так в системе государственного устройства существуют автономные республики и автономные области; самостоятельное плавание корабля без пополнения запасов называют автономным плаванием. Рассмотрим два дифференциальных уравнения первого порядка:

$$\frac{dx}{dt} = f(x,t) \qquad (1), \qquad\qquad \frac{dx}{dt} = f(x) \qquad (2).$$

Одно из этих уравнений называют автономным, другое — неавтономным. Попробуем установить, как называется каждое из этих уравнений, исходя из упомянутого смысла термина *автономный*. Можно заметить, что правая часть уравнения (1) зависит от явно входящего времени t, правая часть уравнения (2) явным образом от времени t не зависит. Другими словами скорость процесса (то есть производная) зависит только от самого процесса и не зависит явно от времени. Именно уравнение (2) является автономным (самоуправляющимся). Интересно отметить, что все законы природы описываются автономными уравнениями, эти законы не зависят от времени, другими словами соответствующие уравнения не меняются при замене $t \to t + t_0$. В таких случаях говорят, что уравнения допускают сдвиг по времени, или что уравнения инвариантны относительно сдвигов по времени.

Греческий корень $\nu\acute{o}\mu o\varsigma$ звучит и еще в одном математическом термине — *номограмма*, что можно перевести как описание закона. Так называют чертёж для изображения функциональной зависимости, позволяющий найти ответ или ответы по заданным значениям переменных без вычислений. *Номография* — это раздел математики, в котором изучаются способы графического представления функциональных зависимостей, то есть способы построения номограмм. Например, в популярных "Четырехзначных математических таблицах" В. М. Брадиса помещены номограммы для решения квадратных уравнений и для решения уравнений $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{z}$.

Номоканоном в Византийской империи называли сборник церковных канонов и гражданских законов, касающихся быта и семейного права. На Руси номоканон служил руководством для церковного суда и другой деятельности церкви.

Теперь естественно рассмотреть прилагательное *канонический*, которое сопровождает многие математические термины.

Так, канонической записью квадратного уравнения $3 + 5x^2 = 2x$ считают его представление в виде $5x^2 - 2x + 3 = 0$, при котором все члены уравнения записываются в левой части по убывающим степеням аргумента.

Каноническим уравнением плоскости в 3-мерном пространстве считается уравнение $Ax + By + Cz + D = 0$. Здесь три переменные — координаты точки плоскости — следуют в *лексикографическом* порядке, то есть так, как они идут в алфавите. Как курьез Дж. Литлвуд в книге "Математическая смесь" отмечает, что когда французскому математику Жордану требовалось как-то обозначить четыре аналогичные или родственные величины (например, такие, как a, b, c, d), то они у него получали обозначения a, M_3', ε_2, $\Pi_{1,2}''$.

Греческое слово *kanōn* переводится как "правило, предписание". Обычно так называют правило или положение какого-либо направления или учения. Этим словом обозначают то, что твердо установлено, стало традиционным и общепринятым. Так, в искусстве канон — это произведение, ставшее нормативным образцом.

На плоскости всякая линия второго порядка

$$a_{11}x^2 + 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x + 2a_{23}y + a_{33} = 0$$

в зависимости от коэффициентов приводится к одному из девяти канонических видов, каждому из которых соответствует определенный класс линий второго порядка (например, эллипсы, гиперболы, параболы).

Всякое уравнение поверхности второго порядка в 3-мерном пространстве также приводится к одному из канонических видов, каждому виду соответствует определенный класс поверхностей (например, эллипсоиды, однополостные и двухполостные гиперболоиды, эллиптические и гиперболические параболоиды, цилиндры, конусы и др.).

В теории уравнений математической физики решается задача о приведении к каноническому виду уравнений второго порядка.

Иногда в разговорной речи вместо *канонический* говорят *стандартный*.

Приставка *анти-* (греч. *anti-*) обозначает противоположность или враждебность чему-либо, соответствует русскому "противо-", например, антифашист, антинаучный, антиконституционный, антинародный, антироссийский. Приставка звучит в словах: антибиотики, антидепрессанты, антиоксиданты, антипатия, антиподы, антисептика, антитезис, антифризы. В физике античастицами называют элементарные частицы, у которых электрические заряды, магнитные величины и другие их характеристики равны по величине и противоположны по знаку соответствующим характеристикам исходных частиц. Укажем некоторые пары античастиц: электрон — позитрон, протон — антипротон, нейтрон — антинейтрон.

Если два числа A и B связаны равенством $\log B = A$, то число B есть антилогарифм числа A.

В теории бинарных отношений отношение R называют антисимметричным, если xRy и $yRx \Rightarrow x = y$.

Это — так называемые говорящие имена. Помните, один герой фонвизинского "Недоросля" носит имя Милон? Читателю сразу становится ясным, что это милый человек; другой персонаж — Стародум — воплощает традиции и приверженность старине. В "Горе от ума" фамилии полковника Скалозуба и Молчалина также неслучайны. А как выразительны имена в классической детской книге Николая Носова "Приключения Незнайки и его друзей"! — Пончик, Медуница, доктор Пилюлькин! Пожалуй, даже самый малый ребенок сразу запомнит, что такое пилюля! Впрочем, так бывает не только в книгах. Даже в незнакомом городе улица Вокзальная обычно берет начало у железнодорожного вокзала, Аэропортовское шоссе обязательно приведет именно в аэропорт, а название станции метро "Университет" — верный признак того, что поблизости находится храм науки. Вспомните из нашей истории Александра Невского, Дмитрия Донского, Ивана Грозного, Николая Кровавого, из европейской — Карла Великого... Конечно, далеко не всегда имя или название соответствуют содержанию, и Тихий Океан на самом деле уж и не такой тихий. Но, пожалуй, во всех случаях приятнее, когда такое соответствие имеется. Вот простой тест: в моем городе есть две улицы — Заводское шоссе и Приморский бульвар. А теперь скажите: на какой из этих двух улиц вы бы хотели поселиться?!

Альтернатива (франц. *alternative*, от лат. *alter* — один из двух) — необходимость выбора одного из двух или нескольких возможных решений, направлений, нужных вариантов. В последнее время, говоря о проблеме получения энергии, часто упоминают альтернативные источники энергии, противопоставляя их традиционным — углю, нефти или газу. С появлением атомного и других видов оружия массового уничтожения стали говорить о том, что мирному существованию нет альтернативы. В математике альтернативами называют некоторые теоремы.

Так, в теории обыкновенных дифференциальных уравнений справедлива альтернатива: определитель Вронского данной системы функций либо тождественно равен нулю, либо не обращается в нуль ни в одной точке. В теории интегральных уравнений известная альтернатива Фредгольма звучит так: либо неоднородное уравнение разрешимо, какова бы ни была его правая часть, либо соответствующее однородное уравнение имеет нетривиальное решение. Для алгебраического уравнения первого порядка $ax = b$ с двумя параметрами a и b соответствующее утверждение совершенно очевидно: либо $a \neq 0$, либо $a = 0$. Говорят также об альтернировании форм, в теории приближений есть теорема об альтернансе.

Мы же сейчас хотим повести речь о научных терминах, о тех из них, с которыми каждый встречался в школе на уроках. Начнем с "гуманитарного" примера.

В самом начале романа М. А. Булгакова "Мастер и Маргарита" (он сейчас входит в школьную программу) читаем: "первый был... редактор... журнала и председатель правления одной из крупнейших московских литературных ассоциаций, сокращенно именуемой Массолит." Здесь прозвучало иностранное слово — *ассоциация*. В словаре иностранных слов находим, что латинское слово associatio означает объединение, союз. Стало быть, писатель ведет речь о союзе литераторов. Хорошо, можно продолжить чтение замечательного романа дальше.

Но вот в учебнике математики говорится о двух свойствах действия сложения, которые выражаются такими равенствами:

$$A + (B + C) = (A + B) + C, \quad A + B = B + A.$$

Действие умножения также обладает двумя свойствами, описываемыми равенствами

$$A \cdot (B \cdot C) = (A \cdot B) \cdot C, \quad A \cdot B = B \cdot A.$$

Одно из этих свойств называется *коммутативностью* сложения и умножения, другое — *ассоциативностью*. Все ясно. Но прошло время, и... ученик забыл, какое свойство как именно называется! Как быть?

Здесь поможет *ассоциация* — второе значение этого слова относится к области психологии и означает связь, которая возникает, в частности, между двумя или более представлениями или идеями. Из романа мы помним, что ассоциация — это связь, объединение. Теперь попробуем установить связь между этим понятием и математическими равенствами. Для каких из этих равенств родственным, близким является понятия союза, объединения? Думается, что большинство признает это верным именно для тех равенств, которые содержат скобки. Скобки как раз и выражают объединение, группировку.

Итак, термин, значение которого является ясным для нас в одной ситуации, проявил себя и в другой ситуации, вот поэтому мы и решили назвать такие термины говорящими.

А теперь — новая ситуация, урок химии. Здесь мы узнаём, что иногда простые молекулы вещества соединяются в более сложные, но при этом химическая природа вещества не меняется. Например, жидкая вода наряду с простыми молекулами H_2O и в равновесии с ними содержит более сложные молекулы, состав которых выражается общей формулой $(H_2O)_x$. Для воды значение x обычно равняется 1, 2 или 3. Такое соединение простых молекул носит название ассоциации молекул. Это название является для нас абсолютно естественным.

Ну вот, в трех разных ситуациях мы используем один и тот же термин. Но этим дело не ограничивается. По радио и ТВ можно услышать об Ассоциации стран юго-восточной Азии (сокращение от английского названия ASEAN, русское сокращение АСЕАН), в газетах прочитать о спортивных ассоциациях и т.д.

По-английски глагол *assosiate* значит "соединяться", *association* переводится как общество, ассоциация. Соответствующие слова французского языка — глагол associer и снова *association*. Теперь, разумеется, всем без перевода понятно немецкое слово *die Assoziation*!

Приставка *би-* (происходит от латинского *bi*) — часть сложных слов, указывающая на два признака, две части. Уравнение $ax^4 + bx^2 + c = 0$ — биквадратное: сначала мы решаем одно квадратное уравнение: $ay^2 + by + c = 0$, а затем другое: $x^2 = y$. Выражение $(a + b)^n$ называют биномом (или двучленом) Ньютона. Вспомним такие слова: бинокль — дословно "два окуляра", "два глаза", бицепс — двуглавая мышца на руке, бис — повторное исполнение концертного номера, бифокальные очки — очки, стекла которых состоят из двух половин с разными фокусными расстояниями; бисульфат и бикарбонат из химии. В курсе физики традиционно изучают свойства биметаллической пластины, состоящей из двух разных металлов. Билингвизмом называют использование или изучение двух иностранных языков. В Канаде билингвизм закреплен в конституции: там два государственных языка — английский и французский. В истории авиации существовали самолеты бипланы (пример — наши знаменитые "кукурузники"), на смену которым пришли монопланы. Биатлоном называют спортивные состязания, включающие бег на лыжах и стрельбу. В математике имеются бигармонические уравнения, билинейные формы, бинарные соответствия и отношения.

Греческое слово $\delta\iota\alpha\gamma\omega\nu\iota o\zeta$ составлено из двух слов $\delta\iota\alpha$ — "через" и $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ — "угол". Буквальное значение слова диагональ — "проходящая через угол". Этим термином математики обозначают отрезок, соединяющий две несоседние (несмежные) вершины многоугольника. О значении приставки напоминают слова *диафильм*, *диапроектор* и *диапозитив*: они связаны с проецированием позитивного изображения на прозрачной подложке (пленке), при этом свет проходит через пленку. Диалог — это разговор двух лиц. Слово "диапазон" также связано и с еще одним математическим термином: *хордой*. Хорда окружности — это прямолинейный отрезок, соединяющий любые две точки окружности. Хорда кривой линии, лежащей на плоскости, — это прямолинейный отрезок, соединяющий любые две точки этой кривой. Тетива лука является в смысле этого определения его хордой. Греческое $\chi o\rho\delta\acute{\eta}$ как раз и означает тетива, струна, в том числе струна музыкального инструмента. В латинском написании синонимом слова является pason (chordön). Следовательно, диапазон — что буквально означает "через все струны" — это звуковой объем певческого голоса или музыкального инструмента, то есть интервал между самым высоким и самым низким звуком. В переносном смысле диапазон — это характеристика объема, охвата, размера знаний, интересов и т.п.

Приставка *дис-*, *диз-* (лат. *dis*, греч. *dys*) означает разделение, отделение, отрицание и сообщает понятию, к которому прилагается, отрицательный или противоположный смысл. Примеры весьма многочисленны: дисгармония звучания, дисквалификация спортсмена, дисбаланс бюджета, дисбаланс механической конструкции, диспаритет цен на сельскохозяйственную и промышленную продукцию, дискомфортные условия, дисбактериоз организма. Диспропорцией называют несоразмерность, несоответствие частей, отсутствие пропорциональности. Расовая дискриминация — ограничение или лишение прав граждан по расовому признаку. Фактически — это разделение людей. Математическое понятие дискриминант происходит от латинского discriminans, что означает разделяющий, различающий. Например, дискриминант квадратного уравнения разделяет все квадратные уравнения по числу их корней.

Деструктивная позиция — противоположность конструктивному подходу, нацеленному на сотрудничество. Заметим, что здесь (как и в словах дезинфекция, дезорганизация) нет приставки *дис*...

Комплексное число — это число вида $z = x + iy$, где x и y — действительные числа, а $i = \sqrt{-1}$ — так называемая мнимая единица, то есть число, квадрат которого равен -1. Число x называют действительной или вещественной частью комплексного числа z, а y — его мнимой частью. Можно сказать, что комплексное число состоит из действительной и мнимой частей. Название включает корень *комплекс* (лат. *complexus* — связь, сочетание), что означает совокупность, сочетание предметов, действий, явлений или свойств, составляющих единое целое. В химии комплексные соединения получаются сочетанием двух или более простых химических соединений. Устойчивыми являются словосочетания: комплексная бригада, комплексные мероприятия.

Расширение понятия числа за пределы комплексных чисел приводит к *гиперкомплексным* числам. Греческое $\acute{\upsilon}\pi\acute{\varepsilon}\rho$ (в латинской транскрипции *hyper*) означает: над, сверх, по ту сторону. Примером гиперкомплексных чисел служат кватернионы $a + bi + cj + dk$, где a, b, c, d — произвольные действительные числа, i, j, k — некоторые новые числа.

Гиперповерхность — это обобщение понятия обычной поверхности 3-мерного пространства на случай евклидова n-мерного пространства. Так, уравнение $ax + by + cz + d = 0$ в 3-мерном пространстве определяет плоскость. Про уравнение $a_1x_1 + a_2x_2 + ...a_nx_n + b = 0$ говорят, что в n-мерном пространстве оно задает гиперплоскость. Гиперсферой называют множество точек в n-мерном пространстве, удовлетворяющих уравнению $x_1^2 + x_2^2 + ... + x_n^2 = r^2$.

Приставка *гипер–* в некоторых случаях указывает на превышение нормы и по значению противоположна приставке *гипо-*. Так, гипертония означает повышенное кровяное давление. Гипертермия — это перегрев организма. Гиперинфляция — превышение обычного уровня инфляции. Гипертрофия — чрезмерное увеличение объема органа или части тела.

В литературе распространено гипертрофированное изображение того или иного персонажа или явления. У Гоголя, например, читаем: "Редкая птица долетит до середины Днепра". Такая стилистическая фигура, состоящая в образном преувеличении, называется гиперболой.

Латинская приставка *co* (*con, cum*) означает совместность, с, вместе. Так, наряду с функциями синус и тангенс изучаются функции косинус и котангенс. Слово "коаксиальный" означает соосный, имеющий одну ось (латинское *axis* означает ось). Коаксиальный кабель имеет два провода, из которых один прокладывается строго по оси кабеля, а другой в виде металлической оплетки охватывает изоляцию центрального проводника; предназначен для передачи электрических сигналов высокой частоты. Такими проводами соединяют, например, компьютеры в сети. Конгениальный (*genus* "дух") означает очень близкий, совпадающий по духу, близкий по образу мыслей, по дарованию. Консолидация означает упрочение, укрепление, сплачивание чего-либо. Консенсус — согласие по спорным вопросам (сенсус — от слова смысл, значение).

В математике коллинеарность (лат. *linearis* — "линейный") буквально означает "солинейность". В частности, векторы называют коллинеарными, если они лежат на одной прямой.

Компланарность (лат. *planus* — плоский) буквально означает "солежащие в одной плоскости". Например, векторы называют компланарными, если они лежат в одной плоскости.

Греческое $\mu\acute{o}\nu o\zeta$ "моно" — один, единый, единственный — звучит в очень многих словах: монолит, монолитное домостроение, монокль, монолог, монокультурное сельское хозяйство, моногамия, монархия, монополия, монография, монорельсовая дорога, моноплан. Первая составная часть всех этих слов соответствует по значению словам "одно", "едино". Перечисленные слова означают цельную каменную глыбу; строительство сооружений из единой массы строительного материала, например, бетона; оптическое стекло для одного глаза; речь действующего лица в драматическом произведении, не предполагающая в отличие от диалога непосредственного отклика; длительное непрерывное возделывание растений одного и того же вида, например, хлопка или табака; единобрачие как форму брака; форму правления, при которой верховная власть в государстве сосредоточена в руках единоличного главы государства — монарха; исключительное право торговли, производства, промысла, принадлежащее одному лицу, определенной группе лиц или государству; научный труд, углубленно разрабатывающий одну тему, ограниченный круг вопросов; однорельсовый железнодорожный путь; самолет, имеющий одну плоскость крыльев.

Одной из важнейших характеристик функции является ее *монотонность*. Если при возрастании аргумента значения функции возрастают, то функцию называют возрастающей. Если при возрастании аргумента значения функции убывают, то функцию называют убывающей. Возрастающие и убывающие функции называют монотонными. Монотонная функция изменяется в одном направлении. График монотонной функции $y = f(x)$ либо постоянно подымается вверх, либо постоянно опускается вниз, если читать его слева направо, в сторону возрастания аргумента x.

Приставка *поли*−, от греческого $\pi o\lambda \acute{\upsilon}$ (лат. *polys*), означает “много”, “многочисленный”. Полином в алгебре — это синоним русского слова многочлен. Школьникам знакомы такие слова и словосочетания: залежи полиметаллических руд (в одном месте одновременно встречаются свинец, цинк, уран), полиглот — человек, владеющий несколькими иностранными языками. В музыке полифония означает многоголосие. Таблетки поливитаминов включают несколько различных витаминов. В политехническом институте идет обучение по многим специальностям в отличие, например, от строительного или железнодорожного институтов. Химики установили, что молекулы непредельного углеводорода газа этилена C_2H_4 обладают свойством соединяться друг с другом. Такая реакция называется полимеризацией, в результате получается белое твердое вещество, называемое полиэтиленом. Это вещество — пример полимера.

В математике есть еще один термин с приставкой *поли*-. Это — полиэдр. Попробуем установить, что значит это слово. Смысл первой части слова — приставки поли — нам ясен. Вторая часть звучит в таких словах как тетраэдр, октаэдр, додекаэдр, икосаэдр. Октаэдр — это куб, имеющий восемь граней (вспомните музыкальный термин — октава). Три координатные плоскости делят трехмерное пространство на восемь частей, каждая из которых именуется октантом. К этой группе однокоренных слов относится и название месяца в нашем календаре — октябрь. Восьмым этот месяц является по юлианскому календарю, в котором первым месяцем года был март. Название перешло и в принятый сейчас григорианский календарь. Тетраэдр — пирамида, в основании которой лежит треугольник и которая имеет четыре (греч. $\tau\epsilon\tau\rho\alpha$) грани. Можно предположить, что эдр означает грань (в действительности греческое $\acute{\epsilon}\delta\rho\alpha$ дословно означает основание). Вывод ясен: полиэдр — это многогранник.

Греческое слово $\pi o\lambda\acute{\upsilon}\gamma\omega\nu o\nu$ — по-русски полигон — включает $\gamma\omega\nu\iota\alpha$ — угол. Следовательно, оно означает многоугольник. Очень часто военное ведомство США, занимающее огромное здание, которое имеет форму правильного пятиугольника (греч. pentagönon), называют Пентагон. Пента (греч. *pente* пять) — первая составная часть сложных слов, соответствующая по значению слову пять. В радиотехнике пентодом называют электронную лампу с пятью электродами. Родственными являются понятия диод и триод. В химии пентаном называют органическое соединение C_5H_{12}, в котором каждая молекула содержит пять атомов углерода. Следующее соединение в цепочке подобных углеводородов — это гексан C_6H_{14}. Греческое $\acute{\epsilon}\xi'$ (hex) означает шесть. Так другое название хорошо знакомого куба с шестью равными гранями — гексаэдр.

Термин додекаэдр включает греческое слово $\delta\omega\delta\epsilon\kappa\alpha$ — двенадцать. Греческое название икосаэдр относится к многограннику, имеющему двадцать граней.

По-гречески $\acute{\epsilon}\iota\kappa o\sigma\iota$ означает двадцать.

Вернемся к *поли*-. В истории цивилизаций политеизм — это многобожие, поклонение многим богам; оно было характерно для Древней Греции. Также полигамия противостоит моногамии. Государства, в которых живут представители разных народов (этносов), народностей и национальностей называют полиэтническими (например, Южно-Африканская Республика). Те же из них, в которых явным образом преобладает один народ, называют моноэтническими (например, Германия).

Математики функцию $y = ax$ называют линейной. Функцию многих (нескольких) переменных вида $y = ax_1x_2...x_n$ называют полилинейной функцией n переменных. Она является линейной по каждому своему аргументу.

Рекуррентная последовательность (от лат. *recurrens* — возвращающийся) — то же, что возвратная последовательность. Так называется последовательность чисел $a_1, a_2, .., a_n, ..$, удовлетворяющая соотношению

$$a_{n+p} = c_1a_{n+p-1} + c_2a_{n+p-2} + ... + c_pa_n,$$

где c_k - постоянные.

Самый популярный пример возвратной последовательности — это последовательность Фибоначчи $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...$, задаваемая формулами $a_1 = 1$, $a_2 = 1$, $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ при $n \geq 1$. Чтобы определить некоторый член рекуррентной последовательности, следует вернуться к нескольким предыдущим. Сравните: курс, курсировать, экскурс, экскурсия, курсор. *Ре*- (лат. *re*)

— приставка, обозначающая: обратно, назад, вновь, снова. Примеры слов и словосочетаний с этой приставкой: реконструкция здания, реэвакуация населения, рецидив болезни, регенерация воздуха на космическом корабле, реставрация здания, реставрация монархии, регресс, репродукция, репетиция, репатриация, реорганизация, репродуктор, рекультивация ландшафта или рекультивация сельскохозяйственных земель, реструктуризация внешнего долга.

Рекуррентный многочлен — это многочлен, в котором коэффициенты, равноудаленные от начала и конца, равны между собой. Пример рекуррентного многочлена: $2x^5+0x^4-4x^3-4x^2+0x+2$.

Сепарация (от лат *seperatio* — отделение) — разделение на составные части твердых или жидких смесей. Например, при сепарации молока с помощью сепаратора получают сливки. В подшипнике сепаратор — это рамка, отделяющая шарики друг от друга. Сепаратный мир — мирный договор, заключенный с противником одним из государств, входящих в коалицию (союз) стран, ведущих войну, без согласия своих союзников. Так, фашистская Германия в годы второй мировой войны пыталась вести сепаратные переговоры с Америкой. Сепаратистами называют сторонников отделения какой-либо территории от государства (пример — баскские сепаратисты, требующие отделения Страны басков от Испании). В теории дифференциальных уравнений сепаратрисами называют такие траектории, которые делят фазовую плоскость на области, в каждой из которых траектории ведут себя одинаковым образом. Например, для обыкновенного дифференциального уравнения точка $\frac{dx}{dt}=x$ нулевому решению $x(t)=0$ на фазовой прямой соответствует точка-траектория $x=0$. Она является сепаратрисой, так как на фазовой прямой отделяет траектории, стремящиеся к $+\infty$ при $t\to+\infty$, от траекторий, стремящихся к $-\infty$.

Латинское слово *signum* (читается “сигнум”) переводится как “знак”. От него происходят слова сигнал, сигнальщик, сигнализировать. В математике функция $y=\operatorname{sign} x$ сообщает, “сигнализирует” о знаке числа x: функция равна минус единице, если аргумент отрицателен, и функция равна единице, если аргумент положителен.

В алгебре говорят о сигнатуре квадратичной формы — так называют разность между количеством положительных и отрицательных коэффициентов этой формы.

Рассмотрим следующую группу однокоренных слов: *стационар* (лат. *stationarius* неподвижный) — лечебное учреждение, имеющие постоянные койки для больных (в отличие от амбулатории и поликлиники); *статор* (лат. *stator* стоящий неподвижно) — неподвижная часть электрической машины (двигателя или генератора), неподвижная часть паровой турбины и др. устройств; геостационарная орбита — так называют орбиту искусственного спутника Земли, по которой период обращения спутника вокруг Земли равен 24 часам; для наблюдателя, находящегося на поверхности Земли, такой спутник кажется неподвижным.

В математике числовую последовательность $\{x_n\}$ называют стационарной, если все ее члены равны одному и тому же числу a.

Хорошо известно, что по знаку производной $f'(x)$ легко установить, возрастает или убывает функция $f(x)$. Если же в некоторой точке x_0 производная обращается в ноль $f'(x_0)=0$, то такую точку называют стационарной. В стационарной точке изменение функции как бы “приостанавливается”, в этой точке скорость изменения функции обращается в ноль. Например, для мяча, брошенного вертикально вверх, стационарной точкой является тот момент времени, когда мяч находится в самой верхней точке.

Аналогичным образом, для функции многих переменных $f(x_1,x_2,...,x_n)$ многомерную точку называют стационарной, если в этой точке все частные производные первого порядка функции f обращаются в ноль.

Случайный процесс $X(t)$ называют стационарным, если все его вероятностные характеристики не меняются с течением времени t.

Функция — одно из основных понятий математики, выражающее зависимость одних величин от других. Латинское слово *functio* означает исполнение, осуществление. Рассмотрим такую фразу: все системы космического корабля функционируют нормально. Что здесь самое главное, выражаемое словом “функционируют”? Главное в том, что на каждый входной, или управляющий сигнал система отвечает однозначным, предсказуемым, одним-единственным образом.

Именно эта однозначность соответствия значения функции y каждому значению аргумента x составляет сущность понятия функции $y = f(x)$ в математике.

Рассмотрим окружность радиуса r, которая в плоскости XOY катится по оси абсцисс OX без скольжения. При этом фиксированная точка этой окружности описывает линию, которую называют *циклоида*. Параметрическое задание циклоиды таково: $x = r(t - \sin t)$, $y = r(1 - \cos t)$. Греческое $\chi\acute{\upsilon}\chi\lambda o\zeta$ означает "круг", "нечто законченное". Буквальный смысл названия этой линии — "порожденная кругом". Любая точка окружности периодически подымается над осью OX на высоту $2r$ и вновь опускается на эту ось. В разных областях циклом называют совокупность взаимосвязанных явлений, процессов, работ, образующих законченный круг развития в течение какого-либо промежутка времени. Примером служит годовой цикл сельскохозяйственных работ. В термодинамике одним из основных понятием является цикл Карно, описывающий работу идеальной тепловой машины. Органическая химия изучает так называемые циклические углеводороды. Так, в молекулах циклогексана C_6H_{12} имеются циклы — при этом молекулы изображаются шестиугольниками, в вершинах которых записывают CH_2. Вернемся к циклоиде. В том случае, когда движущаяся по оси абсцисс окружность расположена ниже оси, также получается циклоида. Циклоида состоит из бесконечного количества равных между собой дуг — их называют арками циклоиды. Каждая арка имеет высоту $2r$, а расстояние между концами каждой арки равно длине движущейся окружности $2\pi r$. Каждая арка циклоиды похожа на коромысло.

Пусть теперь наша движущаяся окружность касается извне неподвижной окружности радиуса R. В этом случае каждая точка подвижной окружности описывает плоскую линию, которую называют эпициклоидой. Всякая эпициклоида чуть-чуть похожа на ромашку, точнее круг ромашки соответствуют неподвижной окружности, а лепестки — дугам эпициклоиды. В случае равенства $R = nr$ при некотором натуральном n количество "лепестков" оказывается равным числу n. В том случае, когда $\frac{R}{r} = \frac{m}{n}$ и последняя рациональная дробь несократима, на неподвижной окружности также располагается конечное число дуг эпициклоиды, но при этом "лепестки" частично перекрывают друг друга. Наконец, в том случае, когда отношение радиусов неподвижной и подвижной окружностей $\frac{R}{r}$ является иррациональным числом, любая точка движущейся окружности никогда не возвращается в исходное положение, эпициклоида оказывается бесконечной незамкнутой кривой с бесконечным количеством "лепестков".

Пусть теперь движущаяся окружность радиуса r касается неподвижной окружности радиуса R изнутри и катится по ней без скольжения. Любая точка подвижной окружности описывает при этом плоскую кривую, называемую гипоциклоидой. Термин составлен из греческих $\upsilon\pi o$ - "под" и $\chi\iota\chi\lambda o\varepsilon\iota\delta o\zeta$ - "произведенная кругом".

А теперь рассмотрим, как можно легко запомнить, в каком случае получается эпи- , а в каком — гипоциклоида. Здесь нам помогут многочисленные слова с этими приставками, смысл которых в большинстве случаев ясен.

Эпи- (греч. *epi* — на, над, сверх, при, после) — часть сложных слов, означающая: расположенный поверх чего-либо, следующий за чем-либо. Например, эпилог в литературном произведении — это его заключительная часть.

Проанализируем такое предложение: "Эпицентр находился в ста километрах к югу от Душанбе". Здесь речь идет о точке земной поверхности, названной эпицентром. Сам же центр, очаг землетрясения располагается, очевидно, на определенной глубине в толще земных пород. Следовательно, приставка эпи- несомненно означает именно "над".

Кому-то из наших читателей в качестве ключевого слова для определения смысла приставки эпи- удобнее вспомнить слово эпигон, которым обозначают последователя какого-либо научного, политического, художественного направления, лишенного творческой оригинальности и механически повторяющего отжившие идеи и методы своих предшественников. Изучавшим биологию поможет знакомое им понятие эпидермис, означающее поверхностный слой кожи позвоночных. А кто-то вспомнит греческое название надгробной надписи — эпитафия.

Столь же широко распространены в современном языке и слова с приставкой *гипо-* (греч. *hypo* внизу, снизу, под), которая указывает на понижение против нормы. Так, гипотонией называют понижение кровяного давления. Здесь, кстати, звучит еще один греческий корень tonos, означающий напряжение. В химии рассматривают гипосульфиты и гипохлориты. В биологии гипотрофия означает уменьшение объема некоторого органа или его части Для жизни современного человека характерна гипокинезия — вынужденное уменьшение объема произвольных движений вследствие характера трудовой деятельности. Попросту говоря, гипокинезия — это малая двигательная активность. В этом слове также звучит хорошо знакомый греческий корень *kinēsis*, означающий движение. В науке выделяют кинетику как раздел механики, в котором изучают движение в зависимости от физических причин, его обуславливающих. Физическая кинетика изучает процессы в телах, протекающие при нарушении теплового, электрического и т.п. равновесного состояния. Химическая кинетика — это раздел физической химии, в котором изучаются скорости химических реакций.

Рассмотрим частный случай гипоциклоиды, для которой $\frac{R}{r} = 4$. Эта линия похожа на квадрат, который с четырех сторон сплющили, сблизив его противоположные стороны. Эта линия, напоминающая четырехугольную звезду, получила название астроида (от греч. $\acute{\alpha}\sigma\tau\rho o\nu$ — звезда и $\varepsilon\acute{\iota}\delta o\varsigma$ — вид).

Это запомнить совсем уж просто — здесь помогут астрономия, астронавт, астрофизика, и даже название садового цветка — астра.

Представляет интерес и один частный случай эпициклоиды, которая получается при движении окружности, которая извне касается неподвижной окружности того же радиуса и катится по ней без скольжения. Эта линия получила название *кардиоида*. Как вы думаете, на что она похожа? Если вспомнить однокоренные слова: кардиограмма, кардиоцентр, врач-кардиолог, кардиосклероз, происходящие от греч. *kardía* (сердце), то ответ станет ясен.

Рассмотрим еще одну группу однокоренных слов.

В начале лета 2002 года из Антарктиды возвращались участники очередной российской полярной экспедиции. Как вы помните, в то время сообщения об этом были тревожными: судно “Магдалена” попало в экстремальную ситуацию, в районе экспедиции сложились экстремальные погодные условия, экстремальные обстоятельства заставили полярников сократить дневной рацион, и т.д.

Одновременно заканчивалась очередная думская сессия, на которой депутаты Думы приняли закон об экстремизме.

А выпускники школ на экзаменах по математике в это время решали задачу о нахождении точек экстремума функции и экстремальных значений функции.

Наверное, вы уже догадались, что сейчас мы хотим поговорить о слове *экстремум*. Латинское слово *extremus* означает “крайний”. Следовательно, экстремальные условия — это такие природные условия окружающей среды, которые являются опасными для живых организмов. Это, например, высокая или низкая температура, высокое давление (на большой глубине под водой), высокий уровень радиоактивного излучения. В политике под экстремизмом понимают обычно приверженность крайним мерам и взглядам. Слово “экстремист” часто выступает синонимом слова “террорист”.

Время рождает новые понятия, связанные с этим корнем. Так в последнее время говорят об экстремальных видах спорта, это, например, прыжки на мотоциклах.

Чуть подробнее поговорим об экстремальных, то есть крайних значениях функции.

Вначале рассмотрим числовой отрезок $[a; b]$. Он имеет два конца — точки a и b. Эти концевые точки можно назвать также крайними. По одной крайней (то есть концевой точке) имеют бесконечные промежутки $(-\infty; b]$ и $[a; +\infty)$.

Графиком квадратичной функции

$$y = x^2 - 4x + 3 \tag{3}$$

является парабола, ветви которой направлены вверх, а вершина находится в точке (2; - 1). Стало быть, значения функции — это бесконечный промежуток $[-1; +\infty)$. Это числовое множество имеет крайнюю точку $y = -1$. Вот поэтому это значение — минус единицу — и называют крайним (то есть экстремальным) значением функции. Сам же график, то есть парабола, никакого края не имеет! Поэтому экстремальные значения функции всегда следует показывать на оси ординат. Соответствующие значения аргумента функции называют точками экстремума. Они лежат на оси абсцисс.

Говоря об экстремальных значениях и точках экстремума функций, математики часто добавляют прилагательное *локальный*. Слово *localis* — латинское, означает: местный, свойственный данному месту, не выходящий за определенные границы. Оно звучит очень часто: пожарные локализовали лесной пожар, эпидемиологи локализовали очаг инфекции животных. Это означает в первом случае, например, то, что удалось вспахать кольцевую полосу земли, через которую пламя пожара не может перекинуться. Во втором случае это может быть введение запрета на перемещение животных через какую-либо границу.

В общественно-политической литературе распространен термин "локальный конфликт" или "локальная война" — так характеризуют малую войну на ограниченной территории с участием ограниченных военных сил и средств. Примером здесь служит не затихающее, к сожалению, уже долгое время противостояние между Индией и Пакистаном в штате Кашмир.

Итак, каждый современный человек должен понимать смысл термина "локальный". Имея в виду это понимание, вернемся к математике.

Рассмотрим функцию

$$y = \left|x^2 - 4x + 3\right|. \tag{4}$$

Её график, как хорошо известно, получается из графика функции (3) и состоит из двух частей. Первая часть — это та часть графика (3), которая лежит выше оси абсцисс. Вторая часть получается следующим образом. Следует рассмотреть ту часть графика (3), которая лежит ниже оси абсцисс, и отразить её симметрично относительно оси абсцисс на верхнюю полуплоскость. Полученная кривая представляет вторую часть графика функции (4). График функции (4) похож на перевернутую букву M или на букву W. Эта функция (4) имеет три точки экстремума. При $x = 1$ и при $x = 3$ значения функции (4) равны нулю. Нулевое значение функции является экстремальным. Одновременно это значение является и наименьшим значением функции (4).

А теперь присмотримся к точке графика с координатами (2;1). Соответствующее значение функции $y = 1$, конечно, не является наибольшим значением этой функции *при всех* возможных значениях аргумента x. Эта функция принимает любые сколь угодно положительные значения, как говорят, эта функция не ограничена сверху. Но значение $y(2) = 1$ больше всех других значений $y(x)$ этой функции, например, *на интервале* $1 < x < 3$. Вот поэтому данное значение функции $y(2) = 1$ называют *локальным максимальным значением*, а значение аргумента $x = 2$ называют точкой *локального максимума*.

Помните поговорку о том, что всяк кулик на своём болоте велик? Так и про локальный максимум можно сказать, что он велик в некоторой окрестности точки локального максимума. Разумеется, подобным же образом говорят и о точках локального минимума.

Заметим в заключение, что очень многие понятия имеют ярко выраженный локальный характер. Например, столица государства, президент страны, ректор университета и т.д. Так, в футболе, например, говорят о чемпионе страны, чемпионе Европы, чемпионе мира. Здесь чемпион определяется на той или иной территории, имеет географическую привязку. С другой стороны понятие олимпийского чемпиона связано с той или иной олимпиадой и определяется указанием года её проведения.

Можно развивать эту тему далее и, например, говорить об *интегрировании* функций и об интеграции страны в мировую экономику, об *аргументе функции* и об аргументе в дискуссии. Возможное направление работы учителя обозначено. Результатом такой работы может стать формирование у учащихся цельной языковой картины мира и лучшая ориентация в этом мире.

Литература

[1] Александрова Н.В. Математические термины, - М.: Высшая школа, 1978. — 192с.

[2] Математический энциклопедический словарь, - М.: Большая Российская энциклопедия, 1995. — 848с.

[3] Словарь иностранных слов, 18-е изд., стереотипное, - М.: Русский язык, 1989.

[4] Интервью с В. И. Арнольдом // “Квант”, №7, 1990.

[5] Розов Н.Х. Проблема размещения новых понятий и объектов в школьном курсе математики // “Математика”, 2005, №8, с.6-10.

Дворянинов Сергей Владимирович,
кандидат физ.-мат. наук, доцент кафедры
высшей математики и информатики
Самарского государственного университета.
dvoryan@yandex.ru

Золотое сечение, квадратные корни и пропорции пирамид в Гизе

А. И. Щетников

Автор пытается реконструировать математические принципы, которые могли лежать в основе строительства египетских пирамид. Эти принципы связаны с построением рациональных приближений к известным иррациональностям, например, к золотому сечению. Такой подход, в частности, позволяет рассматривать пирамиды как еще один источник сведений о математических знаниях древних египтян в дополнение к весьма малочисленным письменным источникам.

Введение

В 1638 году английский астроном Джон Гривз посетил пирамиды Гизы и тщательно их обмерил, с намерением извлечь из этих обмеров древние меры длины, соотносящиеся с размерами Земли. Результаты этих обмеров и их истолкование он изложил в трактате *Пирамидография, или описание египетских пирамид*, изданном посмертно в 1646 году. За последующие три с лишним века по данной теме накопилась необозримая литература, авторы которой считали египетские пирамиды своего рода «тайными хранилищами» древних математических, метрологических, географических и астрономических знаний, зачастую — самых удивительных и невообразимых.

Даже если оставить в стороне теории фантастического характера, к настоящему времени и без них накопилось немало геометрических и метрологических объяснений того, исходя из каких соображений для пирамид выбирались определённые пропорции и размеры (см. Владимиров 1944, Лауэр 1966, Herz-Fischler 2000, Rossi 2004). Одна популярная гипотеза обращает внимание на то, что отношение удвоенной стороны основания пирамиды Хеопса к её высоте равно $2 \cdot 230{,}4/146{,}6 = 3{,}143\ldots$, что весьма близко к числу $\pi = 3{,}141\ldots$ Ещё одно объяснение исходит из того, что возведённое в квадрат отношение высоты пирамиды Хеопса к половине её основания $(146{,}6/(330{,}4 : 2))^2 = 1{,}619\ldots$ близко к числу золотого сечения $\varphi = 1{,}618\ldots$ Согласно третьей гипотезе, углы наклона граней пирамид Хеопса 51 ${}^\circ$ 50’ и Микерина $51^\circ 20'$ близки к $\frac{4}{7} \cdot 90^\circ = 51^\circ 26'$. И все эти гипотезы, сколь бы они ни различались между собой, равно претендуют на объяснение замысла строителей пирамид.

Широкая фантазия пирамидологов вызвала ответную реакцию со стороны критически настроенных исследователей античной математики и архитектуры. По мнению критиков, математические знания древних египтян следует изучать не по обмерам памятников архитектуры, допускающим очень широкий спектр интерпретаций, но исключительно по нескольким дошедшим до наших дней математическим папирусам, восходящим к концу III тысячелетия до н. э., из каковых наиболее богаты содержанием папирус Ринда и Московский папирус (обзор этих папирусов см. Бобынин 1882, 1909, Chase 1929, Выгодский 1967, Gillings 1972, Robins & Shute 1987). Что касается пропорций пирамид, эта тема всецело относится к истории архитектуры, причём объяснять эти пропорции надлежит на основе практических соображений, а не математических спекуляций.

Идейное остриё проблемы пропорций пирамид в Гизе, как я его понимаю, состоит в том, чтобы правдоподобно истолковать целочисленное отношение 14 : 11, которое в пирамиде Хеопса с хорошей точностью образуют высота и половина стороны основания. В двух других пирамидах Гизы аналогичные соотношения имеют более простой вид: 4 : 3 в пирамиде Хефрена и 5 : 4

в пирамиде Микерина. Конечно, можно вводить в рассмотрение и другие размеры фронтального и диагонального, — но в процессе строительства пирамиды именно её высота и половина стороны должны были выступать в качестве формообразующих размеров.

Мне думается, что отношение 14 : 11 слишком необычно, чтобы кто-то заложил его в проект пирамиды без особых на то оснований. Поэтому я склоняюсь к предположению о том, что это отношение было выведено математически из некоторых предзаданных условий. При этом я возвращаюсь к гипотезе о том, что пропорции пирамиды Хеопса связаны с отношением золотого сечения, выдвинутой ещё в 1855 г. Г. Ребером (тем более что эта гипотеза подтверждается известным свидетельством Геродота).

Особенность же предлагаемого подхода состоит в том, что я ищу в размерах и пропорциях пирамиды не некоторых иррациональных отношений как таковых, но их рациональных приближений, задаваемых парами целых чисел. В самом деле, геометр может строить нужные квадратичные иррациональности с помощью циркуля и линейки. Но когда дело касается практического отмеривания длин в строительстве и архитектуре, предложенные геометром построения могут оказаться неудобными. Ведь здесь все размеры надо задавать в целых числах, исходя из общепринятых мер длины: ладоней, ступней, локтей, и т. д. Однако квадратные корни из неквадратных чисел иррациональны, и соответствующие длины в теории оказываются несоизмеримыми. Отсюда проистекает проблема практического приближения иррациональных отношений рациональными, задаваемыми парами целых чисел.

Эти рациональные приближения я единообразно получаю с помощью простого математического метода, родственного методу Герона. Он основывается на простых приёмах перекладывания квадратных и прямоугольных частей единичных квадратов. Полученные результаты согласуются с известными фактами древнеегипетской метрологии, что служит ещё одним доводом в пользу их правдоподобия.

Геометрическое определение «золотого» треугольника

Форма прямоугольного треугольника задаётся отношением его катетов. К выбору этой формы приводит проблема выбора отношения между размахом основания a и высотой h при строительстве пирамид (рис. 1). Пирамида — это священное сооружение, а потому она должна иметь не какой-то случайным образом выбранный угол наклона грани, но *самый лучший* из всех возможных углов.

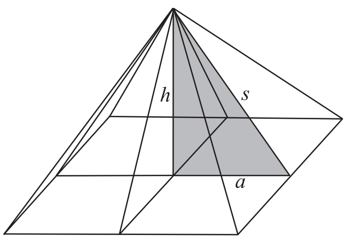


Рис. 1.

Современному читателю такая постановка вопроса может показаться странной, если не бессмысленной. В самом деле, разве один треугольник может быть лучше другого? Но в древности люди мыслили иначе, и для них одна фигура действительно могла быть лучше, *совершеннее* другой. Самая совершенная фигура — это круг: эта мысль была общим местом всей философии математики от античности до эпохи Возрождения. Прямой угол совершеннее острого и тупого, квадрат совершеннее прямоугольника, а прямоугольник в свою очередь совершеннее трапеции. То же и для чисел: и не случайно числа, равные сумме своих делителей, получили название совершенных ещё в глубокой древности. А в списке парных начал пифагорейцев, который приводит Аристотель в *Метафизике* (986a20–26), такие начала, как предел, прямое, неподвижное, квадратное соответствуют хорошему, а парные к ним беспредельное, кривое, движущееся, продолговатое сопутствуют дурному.

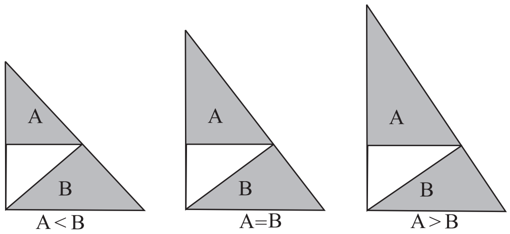


Рис. 2

Общий принцип этого противопоставления обсуждал А. В. Родин (2003). Мы рассмотрим его на примере трёх видов углов. Прямой угол — один-единственый, и в пределах своего вида он не может быть больше или меньше. А вот острый угол как таковой — неопределён, и в пределах своего вида всякий острый угол может сделаться большим или меньшим. То же самое и для тупого угла. Поэтому прямой угол — самый совершенный, ведь он в границах своего вида всегда равен самому себе. А прочие углы могут быть как больше, так и меньше прямого. И определения их зависимы от определения прямого угла — «острым называется угол, который меньше прямого, а тупым — угол, который больше прямого». Прямой же угол — это «золотая середина» (aurea mediocrita) между избытком и недостатком, если воспользоваться выражением, которое употребил Гораций в оде II,3. Точно так же имеется одна определённая прямая линия среди беспредельного множества кривых, один квадрат среди беспредельного множества продолговатых прямоугольников, и так далее. И всё определённое — то, что не может измениться, не потеряв своего видового качества, — является совершенным.

Теперь мы вернёмся к исходному вопросу о том, как «наилучшим образом» должны соотноситься между собой базовые размеры пирамиды. Понятно, что ответы на этот вопрос могут быть самыми разными. Один человек может сказать, что самым совершенным среди треугольников является равносторонний треугольник, а поэтому пирамида в сечении должна иметь вид такого треугольника. Другой — что самым совершенным среди четырёхугольников является квадрат, а потому и пирамида в сечении должна быть половиной квадрата. При этом могут рассматриваться как фронтальные, так и диагональные сечения. Достаточно изящным выглядит решение, в котором боковые грани пирамиды являются равносторонними треугольниками. Именно такие пропорции имеет пирамида в Лиште, построенная Аменемхетом I, основателем XII династии Среднего царства. Однако пирамиды в Гизе, принадлежащие фараонам IV династии Древнего царства, построены по другим пропорциям.

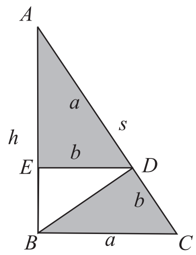


Рис. 3.

Среди возможных ответов на поставленный выше вопрос может быть предложен и такой. Рассмотрим произвольный прямоугольный треугольник, стоящий на одном из катетов. Опустим в этом треугольнике перпендикуляр из вершины прямого угла на гипотенузу. Он разделит треугольник на два — верхний и нижний. В верхнем треугольнике вновь опустим перпендикуляр из вершины прямого угла на гипотенузу. Она опять разделит этот треугольник на две части. Все получившиеся треугольники подобны между собой. Будем сравнивать между собой самый нижний и самый верхний треугольники. В зависимости от наклона гипотенузы возможны случаи, когда верхний треугольник будет меньше нижнего, равен ему и больше его (рис. 2). Срединный случай равенства мы и объявим самым совершенным, «золотым».

Описание золотого треугольника на языке пропорций

Наш «золотой» треугольник ещё раз изображён на рис. 3. С одной стороны, мы видим, что гипотенуза AC делится точкой D на два отрезка $s = a + b$. С другой стороны, из подобия прямоугольных треугольников ABC и AED мы получаем непрерывную пропорцию $s : a = a : b$. Таким образом, в «золотом» треугольнике гипотенуза s так относится к меньшему катету a, как этот катет относится к его дополнению b до гипотенузы. Тем самым гипотенуза AC делится точкой D в так называемом «среднем и крайнем отношении». Такая терминология была принята в *Началах* Евклида, а ныне данное отношение принято называть также «золотым сечением».

Полученная пропорция перемножением «крест-накрест» приводится к виду $a^2 = sb$. Тем самым получается ещё одному определение золотого сечения: «Отрезок разделён в отношении золотого сечения, если прямоугольник, заключённый между целым отрезком и одной из его частей, равен квадрату на оставшейся части».

Из подобия прямоугольных треугольников ABC и ADB мы получаем ещё одну непрерывную пропорцию $s : h = h : a$. Тем самым больший катет h «золотого» треугольника является средним пропорциональным между его гипотенузой s и меньшим катетом a. Наличие такой пропорции между сторонами может служить ещё одним определением «золотого» треугольника, называемого в пирамидологической литературе «треугольником Кеплера» или «треугольником Прайса».

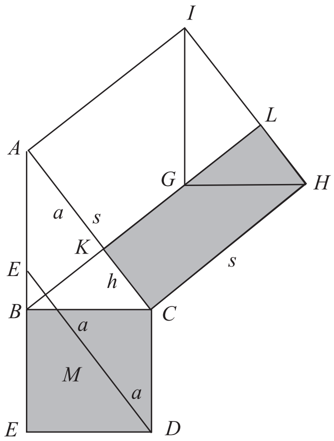


Рис. 4.

Последняя пропорция перемножением «крест-накрест» приводится к виду $h^2 = sa$. При выполнении этого соотношения площадь грани пирамиды очевидно оказывается равной квадрату её высоты. Ниже мы увидим, что именно этим равенством площадей Геродот определяет пропорции пирамиды Хеопса.

Переход к языку равенства площадей

Для нас перемножение членов пропорции «крест-накрест» — операция элементарная. Для древних это было совсем не так, — особенно когда дело касалось пропорций не между числами, а между отрезками. Здесь на помощь приходит техника преобразования площадей, известная, в частности, по одному из доказательств теоремы Пифагора (рис. 4). На катетах треугольника ABC построены квадраты $BCDE$ и $ACHI$, и из вершины прямого угла B на гипотенузу AC опущен перпендикуляр, продолженный до пересечения со стороной HI в точке L. Кроме того, на чертеже построены параллелограммы $ACDE$ и $BCHG$. Нетрудно видеть, что квадрат $BCDE$ равновелик параллелограмму $ACDE$, параллелограмм $ACDE$ равновелик параллелограмму $BCHG$, и параллелограмм $BCHG$ равновелик прямоугольнику $KLCH$. Тем самым квадрат $BCDE$ со стороной a равновелик прямоугольнику $KLCH$ со сторонами s и b. Но это и есть перемножение членов пропорции «крест-накрест», произведённое чисто геометрическим путём.

Вычисление элементов золотого сечения с помощью «рамы»

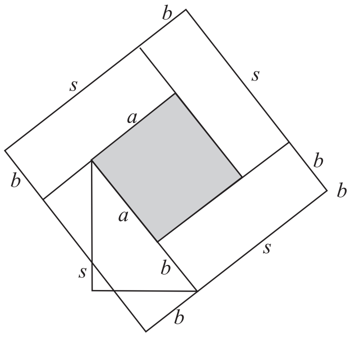


Рис. 5

На рис. 5, который получен перестройкой рис. 4, однофутовый квадрат $a \times a$ окружён четырьмя однофутовыми прямоугольниками $s \times b$, при этом все пять однофутовых фигур складываются в пятифутовый квадрат, сторона которого есть $\sqrt{5}$. Нетрудно видеть, что $\sqrt{5} = 2b + 1 = 2s - 1$, откуда $b = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$, $s = \frac{\sqrt{5}+1}{2}$.

Приближённое извлечение квадратных корней

Рассмотрим простейший метод, позволяющий получать рациональные приближения квадратных корней из целых неквадратных чисел, родственный методу Герона (см. Выгодский 1967). К примеру, пусть нам надо найти какое-нибудь рациональное приближение для $\sqrt{5}$. Разрежем 5 единичных квадратов на $5m^2$ меньших квадратиков, и выложим из этих квадратиков наибольшее квадратное число k^2, не превышающее $5m^2$. Отношение $k : m$ уже можно рассматривать как простейшее рациональное приближение для $\sqrt{5}$. Но это приближение можно заметно улучшить. Ведь у нас остались неиспользованными $p = 5m^2 - k^2$ квадратиков. Разрежем каждый такой квадратик по одному из направлений на $2k$ полосок одинаковой ширины, и выложим все полоски рядами вдоль двух сторон квадрата k^2, чтобы получилась фигура, называемая гномоном. На рис. 6 показано это построение и ещё один его вариант для случая $m = 5$, когда $k = 11$, $p = 5 \cdot 5^2 - 11^2 = 4$.

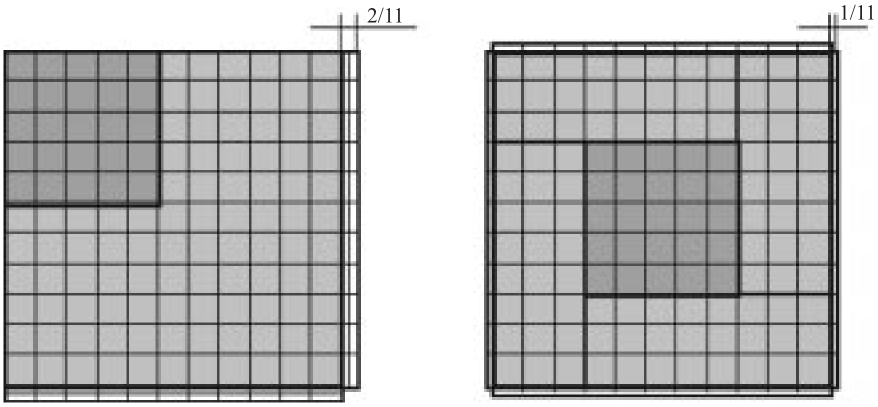


Рис. 6

Длина стороны гномона, выраженная в ширинах полосок, равна $2k^2 + p = 5m^2 + k^2$; длина стороны единичного квадрата в этих же единицах равна $2mk$. Отношение этих длин будет служить улучшенным рациональным приближением для $\sqrt{5}$. Соответствующие приближения для m от 1 до 7 приведены в таблице.

m	$5m^2$	k	k^2	$5m^2 + k^2$	$2mk$	$m : k$	$(5m^2 + k^2) : (2mk)$
1	5	2	4	9	4	2 : 1	9 : 4
2	20	4	16	36	16	2 : 1	9 : 4
3	45	6	36	81	36	2 : 1	9 : 4
4	80	8	64	144	64	2 : 1	9 : 4
5	125	11	121	246	110	**11 : 5**	**123 : 55**
6	180	13	169	349	156	13 : 6	349 : 156
7	245	15	225	470	210	15 : 7	**47 : 21**

Мы видим, что при увеличении m от 1 до 4 приближения $\sqrt{5}$ не улучшаются; и первое заметное улучшение происходит при $m = 5$. Приближения, которые будут интересовать нас ниже, выделены в таблице полужирным шрифтом.

Если приближение для $\sqrt{5}$ представляется отношением целых чисел $a : b$, то соответствующее приближение для золотого отношения $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ будет равно $(a + b) : 2b$. Соответственно для 11 : 5 получается приближение золотого отношения 8 : 5, для 123 : 55 — 89 : 55, для 47 : 21 — 34 : 21.

Продолжение вычислений

Мы нашли приближённое отношение гипотенузы к меньшему катету $s : a$; найдём теперь приближённое отношение большего катета к меньшему $h : a$. Можно воспользоваться как тем, что $h = \sqrt{as}$, так и тем, что $h = \sqrt{s^2 - a^2}$. Для наших численных данных более удобным оказывается второй путь. Результаты вычислений для трёх указанных выше значений a и s приведены в таблице. В первых двух строках квадратные корни вычислялись по методу Герона; в третьей строке использовано неутончённое целочисленное приближение. В таблице приведены также соответствующие найденным значениям h целочисленные квазипифагоровы тройки (КПТ).

a	s	$s^2 - a^2$	$\sqrt{s^2 - a^2}$	КПТ
5	8	39	$6\frac{1}{4}$	**20, 25, 32**
21	34	715	$26\frac{3}{4}$	84, 107, 132
55	89	4896	70	**55, 70, 89**

Наибольший интерес для дальнейшего представляют квазипифагоровы тройки (20, 25, 32) и (55, 70, 89). В первой тройке $20^2 + 25^2 = 1025$, $32^2 = 1024$. Во второй тройке $55^2 + 70^2 = 7925$, $89^2 = 7921$.

Результаты обмера больших пирамид в Гизе

Рассмотрим результаты обмера трёх больших пирамид в Гизе. Верхушки пирамид давно разрушены, и реальный обмер пирамид неоднократно производился следующим образом (см., к примеру, Petrie 1883, Borchardt 1926). Сначала измерялась сторона основания пирамиды $2a$, затем с помощью теодолита определялся угол наклона грани, и уже по этим результатам рассчитывалась высота пирамиды h. Поэтому надо понимать, что хотя точность измерения длины стороны основания могла быть порядка 1 см, при этом точность определения высоты была заметно более низкой.

Отношения базовых размеров для каждой пирамиды я разложил в цепную дробь, в каждом случае — до первого большого подходящего частного, после чего вновь свернул каждую «усечённую» цепную дробь в обыкновенную. У нас имеются все основания предполагать, что именно указанные в этой таблице целочисленные отношения сторон и пытались воплотить в пирамидах их зодчие.

	a	h	$h:a$
Хеопс	115,2	146,6	$1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{52+\ldots}}}} = 14:11$
Хефрен	107,6	143,5	$1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{358+\ldots}}} = 4:3$
Микерин	52,3	65,5	$1+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{25+\ldots}}} = 5:4$

Прежде всего, мы видим, что при постройке пирамиды Хефрена использовался формообразующий прямоугольный треугольник с отношением сторон, заданным пифагоровой тройкой (3, 4, 5).

Для пирамиды Микерина отношение высоты к размаху составляет 5 : 4. Предположим, что в проект закладывалось также целочисленное значение наклона грани. Тем самым базовый треугольник пирамиды приближённо выражается квазипифагоровой тройкой (20, 25, 32). Чтобы найти модульную единицу проекта, следует разделить любой из размеров пирамиды на соответствующее ему число в формообразующем треугольнике. Сделаем это для высоты: 65,5 : 25 = 2,61 м. Эту модульную единицу мы будем называть «сажень I». Размеры пирамиды Микерина равны 25 саженей I по высоте, 20 по размаху и 32 по наклону.

Для пирамиды Хеопса отношение катетов равно 11 : 14. Я буду предполагать, что это отношение ведёт своё происхождение от стремления максимально приблизить формообразующий треугольник пирамиды к «золотому». Модульная единица равна здесь 146,6 : 14 = 10,47 м; мы будем называть её «строительный шнур». Нетрудно видеть, что один шнур с хорошей точностью равен 4 «саженям I». Если мы хотим, чтобы наклон пирамиды Хеопса также выражался приближённо целым числом, надо перейти к базовому треугольнику (55, 70, 89). Это даст новый модуль, равному 1/5 от шнура. Мы назовём его «сажень II». Размеры пирамиды Хеопса равны 70 саженей II по высоте, 55 по размаху и 89 по наклону.

Ещё одна единица, извлекаемая из обмера пирамид Хеопса и Микерина, равна разности обеих «саженей» в 1/4 и 1/5 шнура, что составляет 1/20 шнура = 52,35 см. В обмерах памятников древнеегипетской архитектуры эта модульная единица встречается очень часто; её принято называть «царским локтем».

Что касается более мелких мер длины, то для их восстановления используют обмеры внутренних камер, саркофагов и т. п. Установлено, что царский локоть делится на 7 ладоней по 3 дюйма в каждой ладони, либо на 3 пяди по 7 дюймов в каждой пяди, всего 21 дюйм в локте. Кроме дюйма, использовалась и более мелкая мера длины в один палец, получаемая делением ладони на 4 части; соответственно локоть состоит из 28 пальцев. Ещё одна часто используемая мера длины — фут в 16 дюймов.

Приведённые ниже размеры пирамид в Гизе выражены в египетских мерах длины. Размеры пирамиды Хефрена не выражаются целым числом локтей, зато они удачно выражаются целым числом футов.

Размеры пирамид в Гизе

а) Пирамида Микерина.

Размах = 20 саженей I = 100 локтей.

Высота = 25 саженей I = 125 локтей.

Расчётный целочисленный уклон = 32 сажени I = 160 локтей.

Уклон, рассчитанный по теореме Пифагора = $\sqrt{100^2+125^2} = 160{,}08$ локтя.

б) Пирамида Хеопса.

Размах = 11 шнуров = 55 саженей II = 220 локтей.

Высота = 14 шнуров = 70 саженей II = 280 локтей.

Расчётный целочисленный уклон = 89 саженей II = 356 локтей.

Уклон, рассчитанный по теореме Пифагора = $\sqrt{220^2+280^2} = 356{,}09$ локтя.

в) Пирамида Хефрена.

Размах = 360 футов.

Высота = 480 футов.

Уклон = 600 футов.

1. Геродот о пирамиде Хеопса

О пропорциях, заложенных в пирамиду Хеопса, имеется известное свидетельство Геродота (II, 124):

> *τῆς ἐστι πανταχῇ μέτωπον ἕκαστον ὀκτὼ πλέθρα ἐούσης τετραγώνου καὶ ὕψος ἴσον, λίθου δὲ ξεστοῦ τε καὶ ἁρμοσμένου τὰ μάλιστα· οὐδεὶς τῶν λίθων τριήκοντα ποδῶν ἐλάσσων.*
>
> У неё с каждой стороны грань в восемь плетров, квадратная и равная высоте. Она сложена из тёсаных и прилаженных камней, каждый камень по меньшей мере в тридцать футов.

О правильном чтении первого предложения см. комментарий Д. Д. Мордухай-Болтовского (*Начала Евклида* 1950, т. 3, с. 297–299), где показано, что его надо понимать так: «У неё с каждой стороны грань в восемь плетров, равная квадрату высоты». Плетр — это площадь квадрата размером 100×100 локтей. Квадрат высоты пирамиды равен 280×280 = 78400 квадратных локтей, что составляет приблизительно 8 плетров. Но и расчётная площадь грани равна 356×220 = 78320 квадратных локтей.

Что касается второго предложения, оно тоже должно быть прочитано правильно. Указанная Геродотом величина 30 футов не имеет никакого отношения к линейным размерам каменных блоков, из которых сложена пирамида. Однако объём этих блоков действительно составляет несколько более 30 кубических футов.

Строительный шнур в 420 дюймов как базовая единица длины

Мы будем исходить из того факта, что один строительный шнур состоит из $20 \cdot 21 = 420$ дюймов. Число 420 примечательно своим разложением на все простые множители от 2 до 7 : $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$. Это разложение порождает 24 различные меры длины, полученные делением шнура на разные доли:

Шнур (10,47 м)	Дюйм (2,49 см)
Шнур : 2 = 210 дюймов (5,23 м)	Шнур : 210 = 2 дюйма (5,00 см)
Шнур : 3 = 140 дюймов (3,49 м)	Шнур : 140 = 3 дюйма (7,48 см, ладонь)
Шнур : 4 = 105 дюймов (2,61 м, сажень I)	Шнур : 105 = 4 дюйма (10,0 см)
Шнур : 5 = 84 дюйма (2,09 м, сажень II)	Шнур : 84 = 5 дюймов (12,5 см)
Шнур : 6 = 70 дюймов (1,75 м)	Шнур : 70 = 6 дюймов (15,0 см)
Шнур : 7 = 60 дюймов (1,50 м, двойной шаг)	Шнур : 60 = 7 дюймов (17,4 см, пядь)
Шнур : 10 = 42 дюйма (1,05 м)	Шнур : 42 = 10 дюймов (24,9 см)
Шнур : 12 = 35 дюймов (87,3 см)	Шнур : 35 = 12 дюймов (29,9 см, фут)
Шнур : 14 = 30 дюймов (74,8 см, шаг)	Шнур : 30 = 14 дюймов (34,9 см)
Шнур : 15 = 28 дюймов (69,8 см)	Шнур : 28 = 15 дюймов (37,4 см)
Шнур : 20 = 21 дюйм (52,4 см, локоть)	Шнур : 21 = 20 дюймов (49,9 см)

Подтверждение тому, что в древности действительно существовали системы мер, основанные на числах с большим количеством делителей, мы находим в *Законах* Платона. Приведём соответствующие отрывки целиком, особо подчеркнув ту фразу, которая имеет к нашей гипотезе самое прямое отношение. Платон считает, что число жителей идеального государства должно быть равно $2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$; при этом после деления всего этого числа на 12 частей в каждой такой части оказывается $5040 : 12 = 420$ человек.

«(737e–738a) Пусть будущих граждан будет пять тысяч сорок. Это — число подходящее, так земледельцы смогут отразить врага от своих наделов. На столько же частей будут разделены земля и жилища; человек и участок, полученный им по жребию, составят основу надела. Всё указанное число можно прежде всего разделить на две части, затем на три. По своей природе оно делится и на четыре, и на пять, и так вплоть до десяти. Что касается чисел, то всякий законодатель должен отдавать себе отчёт в том, какое число и какие свойства числа всего удобнее для любых государств. Мы признаём наиболее удобным то число, которое обладает наибольшим количеством последовательных делителей. Конечно, всякое число имеет свои разнообразные разделения; число же пять тысяч сорок имеет целых пятьдесят девять разделений, последовательных же — от единицы до десяти…

(745bd) Надо разбить страну на двенадцать частей… Граждан также надо разделить на двенадцать частей. Вслед за тем эти двенадцать наделов надо поделить между двенадцатью богами и каждую определённую жребием часть посвятить тому или иному богу, назвав его именем. Такая часть будет носить название филы. В свою очередь и город надо разделить на двенадцать частей, точно так же как разделена остальная страна…

(746de) Теперь нужно внимательно рассмотреть, какой смысл в этом принятом нами разделении на двенадцать частей. Ведь внутри этих двенадцати частей есть много подразделений, а также других, вытекающих из этих последних как их естественное порождение. Так мы дойдём и до числа пять тысяч сорок. Этими подразделениями будут: фратрии, демы, комы, боевые и маршевые отряды; будут и такие подразделения, как деньги, меры веса, сухих и жидких тел. Закон должен установить соразмерность и взаимную согласованность всего этого…

(771ac) Нам надо вспомнить о числе пять тысяч сорок: на сколько удобных частей оно делилось — да и делится — как вообще, так и по филам? Каждая фила составляет, как мы положили, одну двенадцатую часть этого числа *и образуется всего правильнее путём умножения числа двадцать один на двадцать*. Общее наше число делится на двенадцать частей, на столько же делится число, составляющее филу. Следует вдуматься в то, что каждая такая часть — это священный дар бога: она соответствует месяцам и обращению вселенной».

Размеры и пропорции усыпальницы в пирамиде Хеопса

Найденное выше целочисленное отношение 47 : 21, служащее одним из рациональных приближений $\sqrt{5}$, встречается и в пропорциях некоторых других элементов египетских пирамид. К примеру, размеры усыпальницы фараона в пирамиде Хеопса составляют $10{,}47 \times 5{,}23 \times 5{,}86$ м, то есть 420×210×235 дюймов. Если перейти к пятидюймовому модулю, размеры выразятся взаимно простыми числами 84×42×47. Нетрудно видеть, что здесь задействовано уже знакомое нам приближение для $\sqrt{5}$, равное 47 : 21. Идеальный прообраз усыпальницы изображён на рис. 7. В структуру её пропорций включены два прямоугольника с отношением сторон 2 : 1, а также прямоугольный треугольник (3, 4, 5). Переход к целочисленной реализации этого прообраза производится заменой 1 на 21, а $\sqrt{5}$ — на 47.

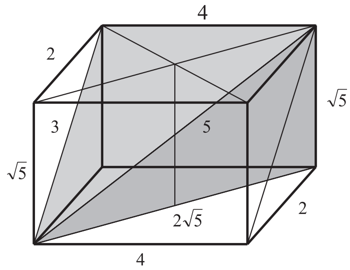


Рис. 7

Следует отметить мнение Ж.-Ф. Лауэра (1966, с. 221), согласно которому высота погребальной камеры могла отмериваться не по вертикали, но простой вставкой диагонального стержня в 15 локтей.

Пропорции красной пирамиды в Джахуре

Фараону Снофру, основателю VI династии, приписывается постройка трёх пирамид. Сначала он достроил пирамиду в Мейдуме, превратив её из ступенчатой в настоящую. Затем он возвёл в Джахуре ещё две пирамиды, «красную» (названа так по цвету песчаника, из которого она сложена) и «ломаную» (названа по своей необычной форме), уступающие по размерам только возведённым позднее пирамидам Хеопса и Хефрена.

Угол наклона грани «красной» пирамиды приближённо равен 43,5°. В книгах о пирамидах утверждается, что эта пирамида построена по отношению 20 : 21. Нетрудно понять, что непосредственно из измерений угла это отношение извлечено быть не может. Рассмотрим две пирамиды с отношениями 20 : 21 и 19 : 20. Приведя основания к общему кратному $20 \cdot 21$, получим две высоты $20 \cdot 20 = 400$ и $19 \cdot 21 = 399$, разнящиеся на единицу. Тем самым для уверенного различения пропорций этих двух пирамид высоту следует измерять с относительной погрешностью, заметно меньшей 1/400. Стало быть, при высоте пирамиды в 100 метров этой высоты надо измерить с погрешностью порядка 5 см. Понятно, что это требование практически невыполнимо.

И тем не менее утверждение о том, что «красная» пирамида построена по отношению 20 : 21, легко извлекается из данных метрологии. Дело в том, что её высота приближённо равна 105 м, а размах основания — 110 м. Но 105 м — это удесятерённая длина строительного шнура в 10,47 м. А разность высоты и размаха в 5 м — это как раз половина длины шнура. Тем самым мы можем утверждать, что «красная» пирамида задумывалась высотой в 200 локтей и размахом в 210 локтей.

Прямоугольный треугольник с катетами 20 и 21 примечателен тем, что его гипотенуза имеет целочисленную длину 29. Естественно предположить, что получение целочисленной длины всех трёх сторон формообразующего треугольника входило в замысел создателей «красной» пирамиды.

Математика пирамид и «пирамидология»

Комментарий, которым Д. Д. Мордухай-Болтовской (*Начала Евклида* 1950, т. 3, с. 298–299) сопровождает обсуждение приведённого выше свидетельства Геродота, показателен во многих отношениях, и я приведу его целиком.

Так как время путешествия Геродота определяется 455–447 годами до н. э., то, во-первых, мы имеем точно датируемое и притом самое раннее документальное свидетельство, касающееся истории греческой математики и связи последней с Египтом. Во-вторых, мы имеем доказательство, что египтяне эпохи Геродота умели квадрировать площади прямолинейных фигур и что греки (один из них — Геродот) получили соответствующие познания из Египта. В-третьих, если рассматривать треугольник, гипотенузой которого является апофема боковой грани, вертикальным катетом — высота пирамиды, а горизонтальным — половина стороны основания, то легко видеть, что апофема так относится к высоте, как высота к половине основания, а в этом, между прочим, лежит зародыш принципа золотого сечения, или деления в крайнем и среднем отношении, которое также должно было быть известно египтянам около 450 г. до н. э.

Говоря это, я никоим образом не хочу утверждать, как это делают некоторые буржуазные «пирамидологи», что Хеопсова пирамида построена по принципу золотого сечения. Если рассматривать все пирамиды в совокупности (а не только одну пирамиду Хеопса), то открыть принцип их построения не так уж трудно, но он не будет иметь ничего общего с золотым сечением. Следует различать, что видели в пирамидах египтяне эпохи Древнего царства, и как их понимали египтяне во времена Геродота.

Схожей точки зрения придерживается в своей книге и Ж.-Ф. Лауэр, отрицающий знание египтянами эпохи строительства пирамид не только золотого сечения, но даже теоремы Пифагора. Он пишет буквально следующее (Лауэр 1966, с. 222–223):

«В эпоху сооружения больших пирамид геометрия не выходила из стадии интуитивного и утилитарного эмпиризма. Жрецы-зодчие, поставленные перед трудными техническими задачами, изыскивают всё более совершенные методы их разрешения; ум, всё ещё направленный на решение практических вопросов, не был способен отдаться чисто отвлечённым исследованиям... Хотя до настоящего времени и не найдено никаких египетских математических документов сокровенного характера, всё же, если верить грекам, известно, что египетские жрецы тщательно скрывали свои математические секреты... Вполне можно допустить, что египетские геометры действительно обладали обширными знаниями, тщательно собираемыми и секретно хранимыми в храмах, знаниями, полученными благодаря неусыпным наблюдениям в течение многих веков, отделяющих эпоху сооружения первых пирамид, т. е. около 2900 г. до н. э., от эпохи пробуждения математического мышления греков, т. е. начала VI в. до н. э. Что же касается, в частности, геометрии, то изучение таких сооружений, как знаменитая Великая пирамида, должно было занимать значительное место в исследованиях этих жрецов, и вполне понятно, что они сумели обнаружить в этих памятниках, без сомнения гораздо позже их сооружения, общие свойства, о которых не подозревали их строители.»

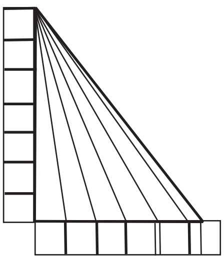
Думается всё же, что уважаемые авторы были излишне категоричны в своих суждениях. По их представлениям, очевидно связанным с идеей прогрессивного накопления знаний, египтяне Древнего царства были подкованы в математике существенно слабее, чем их потомки времён Геродота. Поэтому строители пирамид руководствовались в своих проектах некими достаточно простыми принципами, не имеющими ничего общего с сознательно применяемой идеей золотого сечения; и только потом их потомки произвели обмер пирамиды Хеопса и отыскали в её конструкции воплощение этой идеи, которая исходно туда заложена не была. Концепция, на мой взгляд, более чем странная — ведь о математических знаниях эпохи Древнего царства у нас нет никаких иных свидетельств, кроме самих пирамид и других памятников древнеегипетской архитектуры. Почему же мы должны предполагать, что египтяне в V в. до н. э., то есть на закате своей цивилизации, имели более развитую математику, нежели строители пирамид в эпоху расцвета этой цивилизации? Не станем же мы настаивать на том, что несколько дошедших до нас однотипных математических папирусов эпохи владычества гиксосов (XVIII в. до н. э.) содержат в себе все основы египетской математики? Наши реконструкции, конечно, не должны противоречить этим сохранившимся письменным свидетельствам, — но они и не могут быть ими жёстко связаны, если у нас есть другие, неписьменные свидетельства, которые мы тоже можем пытаться «прочитать».

Если же изучение «математики пирамид» изгоняется за пределы истории математики, тем самым оно отдаётся на откуп пирамидологам, сочиняющим о размерах и пропорциях пирамид самые удивительные теории, которые кочуют из книги в книгу. Так, среди пирамидологов принято считать, что в пропорциях пирамиды Хеопса заложено знание о числе π, вычисленном с высокой степенью точности. А именно, отношение удвоенной стороны пирамиды к её высоте $\frac{2\cdot 330{,}4}{146{,}6} \approx 3{,}143$, что даёт для π три верных десятичных знака. Однако это совпадение является случайным, поскольку дробь $\frac{14}{11}$ является хорошим приближением и для квадратного корня из отношения золотого сечения, и для отношения площадей квадрата и вписанного в него круга. Но для последнего отношения эта дробь впервые была найдена Архимедом; сами же египтяне систематически пользовались менее точным приближением $\left(\frac{9}{8}\right)^2 = \frac{81}{64}$, зафиксированном как в Московском папирусе, так и в папирусе Ринда (различные реконструкции метода, которым было получено это значение, см. Боев 1950, Раик 1960, Вайман 1960, Engels 1972, Gerdes 1985).

Не выдерживает серьёзной критики и другая теория, согласно которой угол наклона грани пирамид выбирался равным $\frac{4}{7}$ от прямого угла. Приём построения вписанного в круг семиугольника первым разработал всё тот же Архимед, использовавший метод вставки, так как данное построение неосуществимо с помощью циркуля и линейки. Если мы захотим рассчитать пропорции соответствующего треугольника, это приведёт нас к кубическому уравнению $8x^3 + 4x^2 = 4x + 1$, наибольший корень которого представляет горизонтальный катет формообразующего прямоугольного треугольника, гипотенуза которого принята за единицу. Этот наибольший корень с высокой точностью равен $\frac{5}{8}$. Таким образом, если гипотенузу положить равной 8, то катет будет равен 5 — это и есть пропорция пирамиды Микерина. Всё замечательно, за исключением одного обстоятельства: предполагать, что древние египтяне (а) владели техникой геометрических построений на уровне Архимеда и (б) были знакомы с применением кубических уравнений для решения геометрических задач, я решительно не могу.

Теория Робинса и Шюта как попытка избавиться от золотого сечения

Поскольку гипотеза о том, что строители пирамид обладали достаточно развитой математикой, некоторым критически настроенным историкам математики представлялась неприемлемой, возникла необходимость в иных объяснениях пропорций пирамид. Такое объяснение было предложено Робинсом и Шютом (Robins & Shute 1985). Исходя из анализа ряда задач папируса Ринда, эти авторы утверждают, что мерой отклонения поверхности от вертикали в Древнем Египте служил уклон 1 : 7, когда на один локоть падения по вертикали происходит отклонение на одну ладонь по горизонтали; такая единица отклонения называлась «секед».



отклонение в 5,5 секеда

Рис. 8.

Далее утверждается, что отношение высоты пирамиды Хеопса к её размаху, равное 14 : 11, никакого отношения к золотому сечению не имеет. По мнению авторов, дело здесь всего лишь в том, что при строительстве пирамид было принято устанавливать уклон в $5\frac{1}{2}$ секеда (рис. 8), в результате чего и получалось отношение 14 : 11. А затем в строительстве произошёл переход к норме уклона в $5\frac{1}{4}$ секеда, которой соответствует отношение 4 : 3.

На мой взгляд, данную теорию иначе как бессодержательной назвать нельзя. Ведь числам $5\frac{1}{2}$ и $5\frac{1}{4}$ она не даёт никакого объяснения; говорится только, что «так было принято». Но почему тогда не сказать просто, что уклон пирамиды Хеопса задавался отношением 14 : 11, поскольку так было принято? И как она объясняет случай пирамиды Микерина, где имеет место отклонение в $5\frac{3}{5}$ секеда? Не объясняет эта теория и целочисленных пропорций погребальной камеры пирамиды Хеопса, равно как и многих других элементов пирамид.

Так что становится ясным, что сама эта теория была придумана с одной целью — дискредитировать всякие разговоры о том, что уровень математики в Древнем Египте мог быть гораздо выше того, как он зафиксирован в нескольких дошедших до нас папирусах, и утвердить мысль о том, что «the Egyptians, although renowned in the ancient world for their cleverness, were an essentially practical race, strongly religious indeed, but not particularly given to abstract thought» (p. 119).

Думается однако, что был прав М. Я. Выгодский, когда он утверждал, что «вопрос о наличии [у египтян] более тонких методов остаётся совершенно открытым — не более, и никакого противоречия с утверждением, что египтяне знали и более тонкие вещи, не получается» (Выгодский 1967, с. 74).

Литература

[1] Бобынин В. В. *Математика древних египтян (по папирусу Ринда).* М., 1882.

[2] Бобынин В. В. Древняя египетская математика в эпоху владычества гиксов. *Журнал Министерства народного просвещения.* 1909, **23**, с. 290–338; **24**, с. 1–50.

[3] Боев Г. П. Вычисление поверхностей и объёмов тел вращения у древних египтян. *Вестник древней истории*, 1950, 3, с. 196–201.

[4] Вайман А. А. Длина окружности и площадь круга в древнеегипетской математике. В кн.: *Древний Египет.* М.: ИВЛ, 1960, с. 97–102.

[5] Владимиров В. Н. *Пропорции в древнеегипетской архитектуре.* М.: Изд-во Всесоюзной академии архитектуры, 1944.

[6] Выгодский М. Я. *Арифметика и алгебра в Древнем мире.* М.: Наука, 1967.

[7] Лауэр Ж.-Ф. *Загадки египетских пирамид.* М.: Наука, 1966.

[8] *Начала Евклида.* Пер. и комм. Д. Д. Мордухай-Болтовского при ред. участии И. Н. Веселовского и М. Я. Выгодского. В 3 т. М.: ГТТИ, 1949–50.

[9] Раик А. Е. К истории возникновения замечательного египетского приближения к числу π. *Уч. зап. Мордовского ун-та*, **8**, 1960, с. 95–99.

[10] Родин А. В. *Математика Евклида в свете философии Платона и Аристотеля.* М.: Наука, 2003.

[11] Becker O. Über die Proportionen der ägyptischen Pyramiden. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 1961, **3**; 1962, **4**; 1963, **5**; 1964, **6**.

[12] Borchardt L. *Längen und Richtungen der vier Grundkanten der grossen Pyramide bei Gise.* Berlin, 1926.

[13] Bruins E. M. Rationalitätsfragen bei Pyramiden. *Praxis der Mathematik in der Schule*, 1962, **4**.

[14] Butler H. R. *Egyptian pyramid geometry.* Mississauga, 1998.

[15] Chase A. B. *The Rhind mathematical papyrus.* Oberlin, MAA, 1929.

[16] Edwards I. E. S. *The pyramids of Egypt.* Baltimore: Penguin Books, 1947.

[17] Engels H. Quadrature of the circle in Ancient Egypt. *Historia Mathematica*, **4**, 1977, p. 137–140.

[18] Gerdes P. Three alternate methods of obtaining the Ancient Egyptian formula for the area of a circle. *Historia Mathematica*, **12**, 1985, p. 261–268.

[19] Gillings R. J. *Mathematics in the time of the pharaohs.* Cambridge: MIT Press, 1972.

[20] Herz-Fischler R. *The shape of the Great Pyramid.* Waterloo (Ontario): Wilfrid Laurier University Press, 2000.

[21] Lehner M. *The complete pyramids.* London: Thames and Hudson, 1997.

[22] Petrie W. M. F. *The Pyramids and Temples of Gizeh.* London: Field and Tuer, 1883.

[23] Robins G., Shute C. C. D. Mathematical bases of Ancient Egyptian architecture and graphic art. *Historia Mathematica*, **12**, 1985, p. 107–122.

[24] Robins G., Shute C. C. D. *The Rhind mathematical papyrus: an Ancient Egyptian text.* NY, Dover, 1987.

[25] Robins G., Shute C. C. D. The 14 to 11 proportion in Egyptian architecture. *Discussions In Egyptology*, **16**, 1990, p. 75–80.

[26] Rossi C. *Architecture and mathematics in Ancient Egypt.* Cambridge (UK): Cambridge Univ. Press, 2004.

Щетников Андрей Иванович,
руководитель проекта “Школа Пифагора”,
Центр образовательных проектов “СИГМА”,
Новосибирск.
email: pythagor@ngs.ru

О Фонде математического образования и просвещения

Фонд математического образования и просвещения создан в конце 1996 г. с целью обеспечения условий, способствующих сохранению богатых традиций математического образования и науки в России. Фонд сотрудничает с организациями и гражданами, желающими участвовать в благородном деле сохранения лучших традиций и высокого качества математического образования в России. Фонд поддерживает образовательные инициативы, способствующие поставленной цели. Особое внимание оказывает образовательным инициативам в провинции, как в виде издательской поддержки, так и финансовой помощи. Фонд издает научную, учебную и методическую литературу в области математики и смежных наук.

Условия подписки и приема материалов

По вопросам подписки на журнал обращайтесь по телефону: (495) 107-31-46 .

Адрес для корреспонденции Фонда: 141075 г. Королев Московской обл., пр-т Космонавтов 9-167.

E-mail: matob@yandex.ru

Стоимость подписки на каждый из номеров 1-4 за 2006 год (включая стоимость пересылки) – 60 рублей.

Для получения номеров журнала необходимо выслать в адрес редакции копию платежного документа, подтверждающего оплату подписки. Сообщите адрес, по которому вы хотели бы получать журнал. В платежном документе укажите, что перевод делается для журнала “Математическое образование”, номер журнала за 2006 г., количество экземпляров.

Реквизиты для перечисления:

Получатель: ИНН 7725080165 Фонд математического образования и просвещения

Расчетный счет и банк получателя:

р/с 40703810138120100114 в Московском банке СБ РФ, Лефортовском отделении №6901/019 г. Москвы, к/с 30101810400000000225, БИК 044525225

Вы также можете заказать необходимое вам количество отдельных номеров журнала за предыдущие годы. В этом случае пересылка осуществляется наложенным платежом или на основании платежного документа (реквизиты те же). В заказе (в платежном документе) укажите, за какие номера и в каком количестве экземпляров за номер, делается перечисление.

Стоимость одного экземпляра журнала (с учетом пересылки) — 50 руб.

Редакция принимает рукописи материалов с четко прорисованными формулами. По согласованию с редакцией принимаются материалы в электронном виде, обязательно прилагать распечатку.

Рукописи не возвращаются и не рецензируются. После публикации авторские права сохраняются за авторами материалов. Авторы опубликованных материалов получают бесплатно по 10 экз. соответствующего выпуска журнала.

Мнение редакции не всегда совпадает с мнением авторов.

Contents